



**Copenhagen
Business School**
HANDELSHØJSKOLEN

CoCo-obligationer

- en teoretisk og empirisk analyse

Vejleder: Mads Stenbo Nielsen

Cand.Merc.Mat.
Copenhagen Business School
2. maj 2016

Maria Therkildsen

Resumé

The master thesis main focus is a theoretical and empirical analysis of CoCo bonds.

The latest financial crisis resulted in an extensive use of taxpayer's money in order to bail out financial institutions that were 'too big to fail'. In order to prevent it from happening again, regulators are imposing higher restrictions on banks' required capital in europe. A main change is the introduction of Contingent Convertible bond (CoCo bond), which is constructed in order to boost banks' capital in times of financial distress.

To value a financial firm's capital structure and analyze the effect of CoCo bonds, I use the model from the article "CoCo, Bail-in, and Tail-risk". I use the model to see whether two swedish banks (SEB and Svenska Handelsbank) CoCo bonds would have been converted in the latest financial crisis, if the banks had issued CoCo bonds.

Indhold

1	Indledning	4
1.1	Motivation	5
1.2	Problemformulering	6
1.3	Afgrænsning	6
1.4	Metode	7
2	CoCo-obligationens design	8
2.1	Trigger	9
2.1.1	Kvantitativ	10
2.1.2	PONV	11
2.2	Den tabsabsorberende mekanisme	11
2.2.1	Aktiekapital	11
2.2.2	Nedskrivning	12
2.3	MDA	13
3	Regulering	14
3.1	Basel III	14
3.1.1	MDA	16
3.2	TLAC	17
4	Modellen	19
4.1	Aktiver	19
4.2	Kapitalstrukturen	20
4.2.1	Forsikret indskud	20
4.2.2	Senior- og efterstillet (junior)gæld	23
4.2.3	CoCo-obligationer	25

4.2.4	Aktiekapital-værdi før konvertering	26
5	Implementering af modellen	29
5.0.5	Fallitbarrieren	29
5.0.6	Forventede værdier	29
5.1	Omskrivning	36
5.1.1	Forsikrede indskud	37
5.1.2	Seniorgæld	37
5.1.3	Juniorgæld	39
5.1.4	CoCo-obligation	41
5.1.5	Bankens værdi	46
5.2	Implementering i R	47
5.3	Basisscenarie	48
5.3.1	Permanent nedskrivning af hovedstolen	51
6	Kalibrering af modellen til banker	54
6.1	Valg af data	54
6.1.1	Banker	54
6.1.2	Risikofri rente	55
6.1.3	Skattesats	56
6.1.4	Fallitomkostning	56
6.1.5	Forsikringspræmie	57
6.1.6	Gæld	58
6.1.7	Løbetid på gæld	59
6.1.8	Kupon	61
6.1.9	CoCo-obligationer	63
6.1.10	Markedsværdi på aktiekapital	64
6.2	Kalibrering af model	64
6.2.1	Modellen med én type spring	65
6.2.2	Driften	66
6.3	Kalibrering af parametre	68
6.4	Beregning af parametre	71
7	Diskussion	75
8	Konklusion	77
	Litteratur	79

Kapitel 1

Indledning

I denne afhandling beskrives CoCo-obligationen og dens komplekse struktur, som er opstået på grund af nye reguleringskrav. De nye reguleringskrav blev implementeret for blandt andet at undgå situationer, hvor stater igen måtte tilføre kapital til bankerne, som de gjorde under den finansielle krise i 2008. Der laves en empirisk undersøgelse af SEB og Svenska Handelsbanken for at se, hvilken indvirkning CoCo-obligationerne ville have haft på deres kapitalstruktur under finanskrisen. Her er der benyttet en kreditrisikomodel til at værdiansætte bankens forpligtigelser.

Afhandlingen har følgende opbygning:

Kapitel 2: En beskrivelse CoCo-obligationens komplekse struktur, hvor der løbende refereres til det nuværende CoCo-marked.

Kapitel 3: En gennemgang af de nye reguleringskrav der implementeres, og hvilken indvirkning det har for CoCo-markedet.

Kapitel 4: En værdiansættelse af bankens forpligtelser, værdiansættelsesmodellen tager udgangspunkt i artiklen "CoCo, Bail-in, and Tail-risk"[9]

Kapitel 5: En gennemgang af hvordan modellen bliver implementeret i R. Og hvordan CoCo-obligationen påvirker kapitalstrukturen.

Kapitel 6: En beskrivelse af datavalg og hvordan modellen kalibreres til de to valgte banker SEB og Svenska Handelsbank, og hvilken betydning CoCo-obligationerne havde haft for de to udvalgte bankers kapitalstruktur.

1.1 Motivation

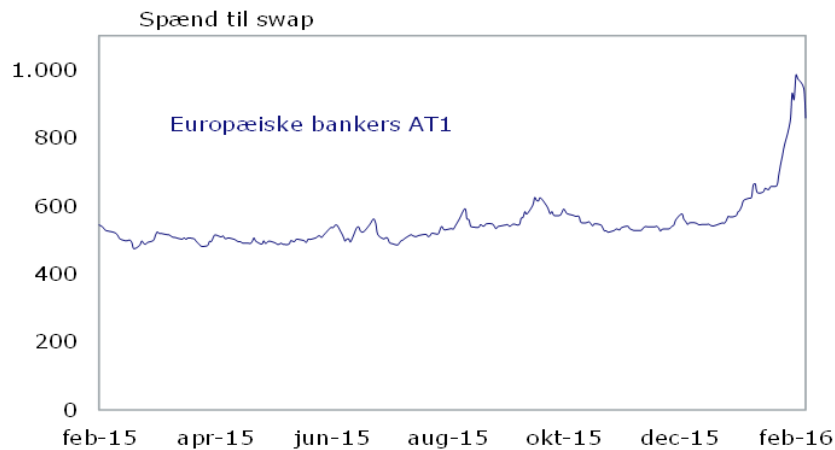
Finanskrisen i 2008 resulterede blandt andet i, at borgernes skattepenge blev brugt til at tilføre kapital til banker, der var "too big to fail". For at undgå lignende situationer fremover, er der blevet indført regulatoriske ændringer, som medfører større krav til bankers kapital. I denne forbindelse blev instrumentet Contingent Convertible bond (CoCo-obligationen) introduceret. Den er konstrueret til at give et boost til bankernes kapital i pressede situationer. CoCo-obligationerne opfylder derfor de nye Basel III krav for Tier 1 kapital, på grund af CoCo-obligationernes tabsabsorberende mekanisme, hvor enten hovedstolen nedskrives, eller gælden konverteres til aktiekapital, når banken nærmer sig fallit. Denne mekanisme forhindrer eller nedtoner følgevirkningerne ved fallit. Strukturen på CoCo-obligationer er meget kompleks og risikofyldt sammenlignet med almindelige obligationer, men på trods af det har der været kæmpe fremgang på CoCo-markedet. Det skyldes blandt andet de relative høje kuponbetalinger på CoCo-obligationerne, hvilket er attraktivt for CoCo-investorerne i et miljø med ellers lave renter.

Mængden af udstedte CoCo-obligationer har været stigende. I 2014 blev der udstedt for \$175 billioner, hvor der i 2013 blev udstedt for \$51 billioner og kun \$14 billioner i 2009, hvor den første CoCo-obligation blev udstedt af Lloyds Banking Group.

Det er de europæiske og asiatiske banker, der er de dominerende på CoCo-markedet med en markedsandel på hhv. 50% og 40% grundet deres reguleringskrav. Credit Suisse har udstedt CoCo-obligationer for 19.292 mio. USD og er derfor den bank, der har udstedt flest CoCo-obligationer over de seneste 6 år, mens Bank of China er lige i hælene, med CoCo-udstedelser for 18.916 mio. USD. [8]

I starten af 2016 blev AT1 CoCo-obligationerne udsat for deres første test. Der har været en kraftig spændvidelse i de europæiske AT1 CoCo-obligationer, som vist i figur 1.1. Det øgede spænd skyldes blandt andet de volatile aktiemarkeder og den lave oliepris, men måske mest af alt den nylige forhøjede usikkerhed omkring risikoen for kuponaflysning.

Usikkerheden har muligvis sit udspring i EBA's udmeldinger omkring MDA (Maximum Distributable Amount) i december 2015. MDA er det beløb, som en bank maksimalt må udbetale i form af udbytte, bonusaf lønning og kuponbetalinger på AT1-obligationer. Begrænsningen træder i kraft, hvis en bank ikke har tilstrækkelig egenkapital (CET1-kapital) målt som procentdel af de risikovægtede aktiver. Og da måske ikke alle CoCo-investorer har været helt klar over, hvad de har købt, har det skabt panik på markederne. Især Deutsche Bank har kunne mærke denne panik, Deutsche Bank's kuponbetalinger på CoCo-obligationer steg til 11,7% fra 7,5%, og bankens aktie er faldet med mere end 30% i samme periode [2].



Figur 1.1: Spænd på europæiske AT1 CoCo-obligationer (Nykredit)

1.2 Problemformulering

Hvordan er CoCo-obligationer opbygget, og hvilken indvirkning har CoCo-obligationer på en banks kapitalstruktur?

- Hvordan CoCo-obligationer er struktureret. Hvilken indflydelse har de skærpede kapitalkrav på CoCo-markedet?
- Hvordan påvirker CoCo-obligationer kapitalstrukturen, her tages udgangspunkt i værdiansættelsesmodellen fra artiklen "CoCo, Bail-in, and Tail-risk".
- Hvilken effekt ville CoCo-obligationer have haft på to udvalgte bankers kapitalstruktur over en 9-årig periode?

1.3 Afgrænsning

Modellen indeholder en markedsbaseret trigger og tager ikke stilling til, hvordan triggeren baseret på regnskabetets værdi, som er den der bliver brugt i praksis, vil påvirke bankers kapitalstruktur.

Jeg vurderer ikke, i hvor høj grad kapitalstrukturen i modellen stemmer overens med kapitalstrukturen i praksis.

Modellen tager udgangspunkt i den tabsabsorberende mekanisme, hvor CoCo-obligationen konverteres til aktiekapital. Jeg har ikke taget højde for den tabsabsorberende mekanisme, hvor hovedstolen

nedskrives midlertidigt.

I den empiriske del reduceres modellen til kun at indeholde én type spring, da det kan være svært at observere og derfor skelne mellem de to typer i praksis.

Jeg udfører ikke en simulation af processen X_t , til at teste estimatets præcision. Altså om man ved simulation vil få den samme værdi som ved det beregnede estimat.

1.4 Metode

Metoden, der benyttes i afhandlingen, bygger generelt på en positivistisk tilgang. Positivisten forsøger gennem indsamling af empiri og kvantitative data at finde sammenhænge og konstruere teorier på baggrund af dette.

Afhandlingen tager primært udgangspunkt i en beskrevet teori. Her benyttes en model til at beskrive kapitalstrukturen for en virksomhed, samt værdiansættelse af virksomhedens CoCo-obligationer. For at teste hvilken indvirkning CoCo-obligationer har på kapitalstrukturen, indsamles data for to banker, samt en swapkurve til diskontering. Data er hentet fra bankernes regnskab og Bloomberg. Begge datakilder anses for at være troværdige, men data fra regnskaberne bliver kun lavet/offentliggjort på kvartalvis eller årlig basis. Igennem hele afhandlingen forholder jeg mig kritisk til datavalg.

Til at kalibrere og beregne modelparametrene har jeg benyttet programmet R, hvor jeg var nødt til at finde et trade off mellem beregningstid og præcision. Koden kan findes på vedlagte USB-stik.

Kapitel 2

CoCo-obligationens design

I finansielle kriser kan det være svært eller umuligt for banker at skaffe kapital. Under den sidste finansielle krise måtte staten derfor træde til og tilføre kapital til bankerne for at sikre deres overlevelse. For at undgå lignede situationer skal alle udstedelser af Tier 1-obligationer fra europæiske banker være CoCo-obligationer, da de sikrer banker frisk kapital i pressede situationer, enten ved at konvertere til aktiekapital eller ved nedskrivning af hovedstolen.

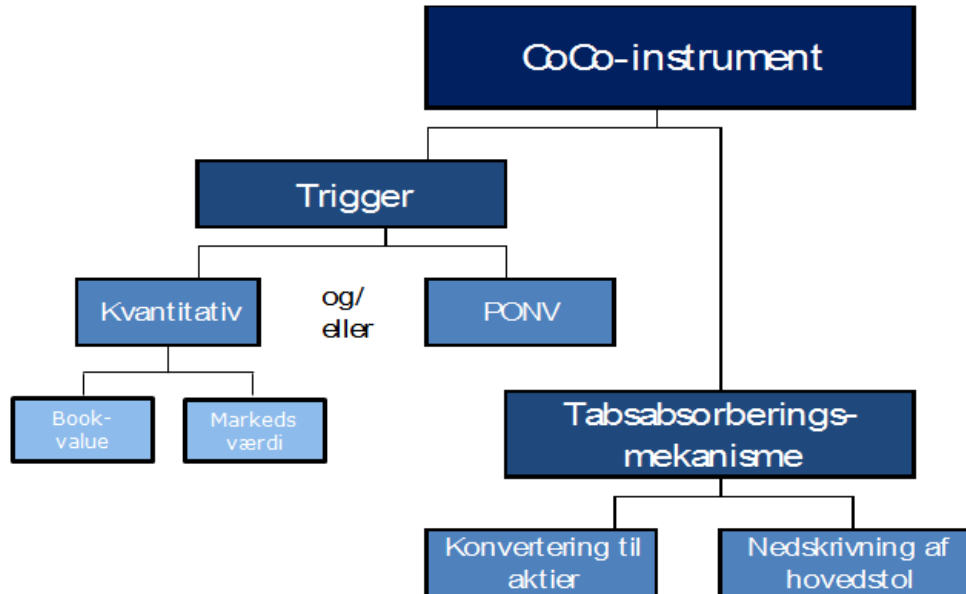
CoCo står for "contingent convertible" og betyder betinget konvertibel. Udtrykket benyttes om obligationer, som konverteres fra et gældsinstrument til et egenkapitalinstrument, såfremt bankens kapitalgrundlag kommer under pres. I figur 2.1 ses CoCo-obligationens opbygning og struktur som uddybes i dette kapitel.

Tabel 2.1 er et udsnit af forskellige europæiske bankers CoCo-udstedelser og deres forskellige designs.

¹MN = midlertidig nedskrivning, PN = permanent nedskrivning og AK = aktie konvertering

Bank	Navn	Valuta	Tier	Trigger	Tabsabs. ¹	MDA ²	CET1 ³
Danske Bank	DANBNK 5,75%	EUR	Tier 1	7,0%	MN	10,3%	16,10%
Nordea	NDASS 5,25%	USD	Tier 1	8,0%	MN	10,3%	16,50%
Nykredit	NYKRE 4%	EUR	Tier 2	7,0%	PN	9,0%	20,50%
Nykredit	NYKRE 6,25%	EUR	Tier 1	7,125%	MN	9,0%	20,50%
Sv. Handelsbank	SHBASS 5,25%	USD	Tier 1	8,0%	MN	10,5%	21,40%
SWEDBANK	SWEDA 5,5%	USD	Tier 1	8,0%	AK	10,7%	24,10%
SEB	SEB 5,75%	USD	Tier 1	8,0%	MN	17,8%	18,80%
BNP	BNP 6,125%	EUR	Tier 1	5,125%	MN	9,0%	11,00%
Société Générale	SOCGEN 6,0%	USD	Tier 1	5,125%	MN	8,0%	11,42%

Tabel 2.1: Europæiske CoCo-udstedelser



Figur 2.1: CoCo-obligationens struktur (figuren tager udgangspunkt i graf 1 i [14])

Der bliver både udstedt Tier 1-obligationer og Tier 2-obligationer med et CoCo-element. Tier-2 CoCo-udstedelser er ikke et krav iht. europæisk lovgivning, men derimod krav fra ratingbureauerne. For denne type instrumenter er kuponrisikoen beskednen, og investor skal primært forholde sig til risikoen for nedskrivning/konvertering. Et eksempel på dette ses i tabel 2.1, hvor Nykredit både har udstedt Tier-1 og Tier-2 CoCo-obligationer. Renten er væsentlig lavere på Tier-2 CoCo-obligationen, da den er mindre risikofyldt.

2.1 Trigger

Triggeren er det punkt, hvor den tabsabsorberende mekanisme bliver aktiveret, altså hvor CoCo-obligationen konverteres. CoCo-obligationen har mulighed for at have flere trigger niveauer. I tilfælde af flere triggere vil konverteringen blive aktiveret, hvis bare én trigger nås, ofte er der både en trigger for banken og en for gruppen. Hvis der kun er en trigger for banken, vil der være mulighed for at rykke kapital fra andre enheder af virksomheden til bankenheden, og på den måde undgå at CoCo-obligationen bliver triggeret. Derfor indeholder mange CoCo-udstedelser to triggere.

En CoCo-obligation med en høj trigger, f.eks. en egenkapitalprocent $>7\%$, er defineret som en going-koncern, hvor kapitalen rekapitaliserer banken i god tid før, den ikke længere er levedygtig, således at banken kan køre videre. CoCo-investoren skal kompenseres for den høje trigger, da der

²Fuld indfasing 2019

³2015 årsrapporter

er større sandsynlighed for, at en trigger-hændelse forekommer. Et lavt trigger niveau, f.eks. en egenkapitalprocent på <6%, er defineret som en gone-koncern, hvor der er en lille sandsynlighed for, at trigger-hændelsen forekommer, og kuponbortfald vil indtræffe tidligere end konverteringen. Denne trigger er designet til at sikre tabsabsorbering ved afvikling. Størstedelen af de europæiske bankers CoCo-udstedelser har en trigger på 5.125%, hvilket er minimumskravet, dog med undtagelse af de danske og svenske banker som det fremgår i 2.1. De svenske bankers høje trigger-niveau skyldes de højere kapitalkrav der er i Sverige. De danske bankers høje trigger-niveau på 7% skyldes ratingbureauerne, fordi hvis CoCo-udstedelser skal kunne medregnes i det kapitalgrundlag, der understøtter ratingen, skal de være meget egenkapital-lignende. Det betyder blandt andet, at gældsinstrumenterne skal være tabsabsorberende på going concern-basis. Så selvom udstedelser med en højere trigger er relativt dyrere for udsteder, da det alt andet lige betyder øget risiko for at triggeren aktiveres, benytter mange danske banker den høje trigger.

Der er forskellige måder at måle graden af bankens problemer. Triggeren kan derfor både være baseret på en kvantitativ trigger og/eller på en kvalitativ trigger. [14]

2.1.1 Kvantitativ

Den mekaniske regel kan enten være baseret på kapitalnøgletalsværdien eller markedsværdien. Tabsoptagelsesmekanismen aktiveres, når den CoCo-udstedende banks kapital falder under en før-defineret grænse.

Kapitalnøgletalsværdi

CoCo-obligationens trigger baseres på regnskabets værdi af Common Equity Tier 1 (CET1) kapital, som en ratio af RWA (risk-weighted assets). Det afgørende for denne type trigger er, hvornår og hvor ofte regnskabet laves og offentliggøres, og hvor konsistent det udføres, hvilket kan variere meget fra bank til bank. Derudover kan bankens ledelse "sminke" regnskabet, og det kan derfor give et misvisende billede af bankens tilstand. Fordelen ved kapitalnøgletalsværdien er, at det er et gennemsigtigt og objektivt mål, hvor konverteringsbetingelserne er specificeret på forhånd i modsætning til den kvalitative trigger, som er et mere subjektivt mål.

Markedsværdi

Den markedsbaserede trigger kan bestemmes ud fra bankens aktiekurs eller CDS spænd og konverteres, når den specificerede rate rammes. Fordelen ved det markedsbaserede trigger-niveau er, at den kan observeres kontinuerligt. Men til gengæld er der tvivl om, hvor godt markedsværdien afspejler virksomhedens tilstand, da de ofte bygger på forventninger. Derudover kan der skabes incitament

for aktieprismanipulation ved short-selling. Fordi CoCo-investorene ved short-selling af de underliggende aktier kan presse aktiepriserne ned, så CoCo-obligationen bliver triggeret. CoCo-investorerne får et afkast på aktierne modtaget ved konvertering, når aktiekursen igen begynder at stige - enten på grund af CoCo-investorerne lukker deres korte position i aktierne, eller fordi aktierne igen begynder at afspejle den fundamentale værdi.[5]

Det er denne trigger, der benyttes i modellen. Men den benyttes ikke i praksis grundet regulatoriske årsager.

2.1.2 PONV

PONV er en kvalitativ trigger og betyder "Point Of Non-Viability". Triggeren bliver aktiveret på baggrund af tilsynsmyndighedernes "skøn" på virksomhedens tilstand. I Danmark vil det være finanstillsynets vurdering. Finanstillsynets kan altså aktivere den tabsabsorberende mekanisme, hvis de finder det nødvendigt for den udstedende banks overlevelse. Denne trigger er mere risikofyldt set fra investors syn, da den er mere subjektiv, og det er svært at forudsige finanstillsynets opførsel.

CoCo-obligationerne fra tabel 2.1 indeholder kapitalnøgletalsværdi triggeren, men derudover indeholder de også delvist PONV triggeren, da Basel III kræver, at konverteringen skal kunne gennemtvinges af tilsynsmyndighederne, hvis det findes nødvendigt, også selvom triggerniveauet ikke er ramt.

2.2 Den tabsabsorberende mekanisme

Den udstedende banks kapitalisering kan, ved at benytte CoCo-obligationen, få et kapital-boost, i form af at gælden mindskes på to måder, enten ved at hovedstolen nedskrives, eller ved at gælden konverteres til aktier.

2.2.1 Aktiekapital

Konverteringsprisen er et udtryk for antallet af aktier CoCo-investoren modtager ved konvertering. En lav aktiepris giver investoren flere aktier, når CoCo-obligationen konverteres, sammenlignet med en høj aktiepris. Antallet af aktier afhænger også af størrelsen på hovedstolen. Ved konvertering udstedes det antal aktier, som CoCo-obligations ejeren modtager. Dette medfører en udvanding af eksisterende aktieejere afhængig af konverteringsprisen. Konverteringsprisen kan findes på tre forskellige måder:

Aktiens markedspris: Her sættes konverteringsprisen til aktieprisen på den dag trigger-niveauet rammes. Dette giver en lav konverteringspris, da aktieprisen ofte vil være lav for en kriseram

bank nær fallit, hvilket banken formodes at være, når barrieren rammes. Investorerne af CoCo-obligationerne er derfor godt stillet ved konverteringen, da der konverteres til den aktiepris, der er ude i markedet, og som de vil kunne sælge videre til. Den lave konverteringspris vil medføre, at CoCo-investorerne vil sidde på en stor del af aktierne, derfor øges incitamentet for at undgå at trigger-niveauet rammes hos de eksisterende aktieejere.[9]

Pre-specificeret aktiepris: Her sættes konverteringsprisen oftest til aktieprisen på dagen, hvor CoCo-obligationen udstedes. Man kender derfor antallet af aktier, CoCo-obligationen konverteres til. Denne konverteringspris vil ofte være højere end aktieprisen i markedet ved konvertering, og CoCo investorerne vil derfor tabe ved konverteringen. Med den høje konverteringspris vil CoCo-investorerne ikke sidde på en så stor del af aktierne, og der er derfor ikke det samme incitament for de eksisterende aktieejere til at undgå trigger-niveauet.[14]

Pre-specificeret floor pris: Konverteringsprisen med en floor, altså en minimumspris, vil ofte ligge mellem markedsprisen på konverteringsdatoen og udstedelsesdatoen.

Fordelen ved konvertering til aktiekapital er, at CoCo-investoren kan beholde en eksponering mod banken, som mindsker tabet og giver mulighed for en eventuel upside. Derimod kan det være problematisk, når der sker en udvanding af aktionærene, da det kan skabe en negativ spiral, hvis aktionærene flygter eller CoCo-investorerne short-seller, hvilket medfører faldende aktiekurser, når bankens kapitalnøgletal nærmer sig trigger-niveauet.

2.2.2 Nedskrivning

Nedskrivningen af hovedstolen kaldes også PWD (principal writedown). Der er mulighed for at nedskrive hovedstolen helt eller delvist. For de fleste CoCo-obligationer nedskrives hele hovedstolen, da en kriseramte bank ofte ikke kan funde en kontant betaling. Nedskrivningen af hovedstolen kan også være midlertidig, her kan hovedstolen opskrives igen, hvis aftalte betingelser er opfyldt, hvilket kan være attraktivt for en going-koncerns trigger-niveau.

Fordelene ved nedskrivningsmetoden er, at den er mere transparent og derfor lettere at værdifastsætte, derudover er det også muligt for fixed income tradere at handle med denne type CoCo-obligation. Endvidere kan den benyttes af banker, der ikke er børsnoterede.

I tabel 2.1 fremgår det, at Nykredit ikke udsteder CoCo-obligationer, der konverteres til aktier. Deres hovedstol nedskrives i stedet, fordi Nykredit ikke p.t. er et børsnoteret selskab.

2.3 MDA

Der er sat et maksimum på kuponbetalingerne, som en bank må betale under krise, også kaldet Maximum Distribution Amount (MDA). På alle AT1 CoCo-obligationer⁴ skal der være mulighed for både frivillig og tvungen kuponfravigelse. Der er derfor sket et skift fra ensidigt fokus på trigger-niveauet til et mere nuanceret fokus, hvor risikoen for kuponaflysning også inddrages. Frivillig kuponaflysning udgør en betydelig risiko. Investorer bør derfor foretage en vurdering af ledelsens vilje til at betale kuponen. Betales kuponen ikke, løber udsteder naturligvis en omdømmerisiko, som potentielt kan føre til begrænset/dyrere markedsadgang. Historisk har vi set, at udstedere af efterstillede instrumenter har udvist en stærk vilje til at overholde kuponbetalingerne, selv når der har været betydelige økonomiske udfordringer. Viljen kan dog ikke stå alene, da der ved manglende opfyldelse af det samlede kapitalkrav⁵ vil være en høj risiko for, at kuponbetalinger på AT1 CoCo-obligationerne aflyses af finanstilsynet.

I tabel 2.1 fremgår det, at alle CET1-procenterne er højere end bankernes MDA. Og da MDA, opgivet i tabel 2.1, er det fuldt indfasede krav for 2019, har ingen af bankerne på nuværende tidspunkt problemer med at udbetale AT1-kuponer. Dog er der for tiden bekymringer om, hvorvidt Deutsche Bank er i stand til udbetale kupon på deres CoCo-udstedelser.

⁴Beskrives i kapitel 3. Regulering

⁵Kapitalkravene specificeres i kapitel 3. Regulering

Kapitel 3

Regulering

Efter finanskrisen ønskede myndighederne at undgå en situation, hvor europæiske stater igen måtte tilføre banksektoren kapital for at sikre den finansielle stabilitet. I forlængelse heraf er kravene til tabsabsorbering i bankerne blevet øget.

I april 2013 blev den mest omfattende regulering af banker til dato vedtaget af kapitalkravsdirektivet (CRD), som blandt andet indebærer implementeringen af Basel III regimet i EU, hvilket er en forbedring af Basel II regimet, som bl.a. havde manglet indenfor tabsabsorberende kapital. Basel III indeholder ændringer af den kapital, bankerne skal have i form af Tier 1-kapital og Tier 2-kapital. Mindstekravet vil stige frem mod 2019, hvor den nye kapitalstruktur vil være fuldt indfaset, og hvor overgangsordningerne for de gamle typer efterstillet kapital vil være udfaset.

3.1 Basel III

Basel III er udarbejdet af Basel-komiteen, der har til opgave at udvikle internationale minimumsstandarder i forhold til nødvendig kapital i et kreditinstitut. Basel III's hovedformål er at styrke solvens i bankerne. Solvens beregnes grundlæggende på samme måde, altså som forholdet mellem kapital og risikovægtede aktiver, og skal mindst udgøre 8 procent. Fordelingen af kapitalen ændres, således at Tier 1-kapital samlet skal udgøre 6%, hvoraf 4,5% skal bestå af Common Equity Tier-1 (CET1), og de resterende 1,5% skal bestå af Additional Tier (AT1). Derudover skal Tier-2 (T2) udgøre 2%. CET1 kapital er den første til at absorbere tab ved krise, derefter kommer AT1 kapital og til sidst T2 kapital.

Desuden har Tier-kapitalen fået nye specifikationer. I tabel 3.1 er der en oversigt over de kravændringer, der er lavet for både Tier-1 og Tier-2 kapitalen.

Der tilføjes også forskellige typer af kapitalbuffer under Basel III regimet.

	Tier-2 Gammel	Tier-1 Gammel	Tier-2	Tier-2 CoCo	AT1 CoCo
Trigger				X	X
Frivillig kupon frav.					X
Tvungen kuponfrav.	X	X			X
Uendelig løbetid		X			X
PONV	X	X	X	X	X

Tabel 3.1: Tier-1 og Tier-2's ændringer [4]

SIFI-bufferkravet: Systemisk Important Financial Institutes er institutter, hvis fallit kan medføre en finanskriser. SIFI'er udpeges årligt af finanstilsynet og institutternes systemiskhed beregnes. Der er i Danmark blevet udpeget 6 banker. Systemiskheden er opdelt i 5 kategorier, som giver 5 forskellige SIFI-bufferkrav, mellem 1%-3% , hvor kategori 5, som er den højeste, medfører et bufferkrav på 3% af de risikovægtede aktiver.[1]

Kapital bevaringsbuffer (Capital conservation buffer): Dette er en permanent buffer på 2,5% af de risikovægtede aktiver og skal absorbere tab i stressede perioder.

Kontracyklisk buffer (Cyclical capital buffer): Den anvendes for at imødegå udviklingen i økonomien, og ligger mellem 0%-2,5% af de risikovægtede aktiver afhængig af økonomiens tilstand. I opgangstider med vækst kræves denne buffer, og den frigives i stressede perioder. Denne buffer skal forhindre bobler og kriser.

Management buffer: Måles som afstanden fra CET1 procenten til MDA-kravet. Denne buffer bruges, så man kan tåle nedgang i CET1 procenten, uden at det betyder, at man ikke kan betale kuponer på sine AT1-obligationer.

Bufferne opfyldes alle med CET1 og indfases gradvist frem til 2019.

Basel III regimet er relevant i forhold til CoCo-obligationerne, da der kræves nye reguleringer på AT1 kapital. AT1 kapital skal være tabsabsorberende, enten ved nedskrivning af hovedstolen eller konvertering til aktiekapital, når en barriere på minimum 5,125% CET1 af risikofyldte aktier rammes. Udover det skal konverteringen også kunne gennemtvinges, før CET1 raten rammer 5,125%, hvis dette findes nødvendigt, også kaldt PONV-trigger. PONV-triggeren kræves også for T2 kapitalen.

	CET1- procent	CET1 i min. kravet	Kapitalbevar. buffer	SIFI- buffer	Kontracyk. buffer	MDA u. søjle II	MDA m. søjle II
BNP Paribas	11,00%	4,50%	2,50%	0,5%		7,50%	10,00%
Nordea	16,50%	4,50%	2,50%	3,00%	0,40%	10,40%	15,40%
SocGen	11,42%	4,50%	2,50%	0,25%		7,25%	9,75%
SEB	18,80%	4,50%	2,50%	3,00%	0,50%	10,50%	16,00%
Sv. Handelsb.	21,20%	4,50%	2,50%	3,00%	0,60%	10,60%	18,10%
Swedbank	24,10%	4,50%	2,50%	0,60%		19,70%	19,90%
Danske Bank	16,10%	4,50%	2,50%	0,60%		7,90%	11,60%

Tabel 3.2: MDA krav

3.1.1 MDA

Basel III kræver også, at kuponbetalingerne er tabsabsorberende og har sat et maksimum på kuponbetalingerne, som en bank må betale under krise, også kaldet MDA (Maximum Distributable Amount/maksimalt udlodningsbeløb). MDA er altså det beløb, som en bank maksimalt må udbetale i form af udbytte, bonusaflønnings og kuponbetalinger på AT1-obligationer. Begrænsningen træder i kraft, hvis en bank ikke har tilstrækkelig egenkapital. MDA afhænger derfor af, hvor langt CET1 raten er under de krævede buffer og er sat til hhv. 60%, 40%, 20% og 0%. Den krævede buffer varierer mellem lande og banker.

I tabel 3.2 er et eksempel på nogle europæiske bankers MDA-krav, og hvordan deres nuværende buffere er fordelt. Kravene for MDA vil stige frem mod 2019 i takt med, at SIFI-bufferne bliver indfaset.

EBA

EBA (European Banking Authority) er et regulerende agentur under European Union. EBA blev etableret den 1. januar 2011, hvor det overtog opgaver og ansvar fra det Europæiske Banktilsyns-udvalg (CEBS). EBA står blandt andet for udførelse af stresstest på de europæiske banker, som øger gennemsigtigheden i det europæiske finansielle system og identificerer svagheder i bankernes kapitalforhold.

Det har indtil december sidste år været holdningen, at MDA-kravet bestod af CET1 minimumskravet og det indfasede bufferkrav, også kaldet Søjle 1-kravet.

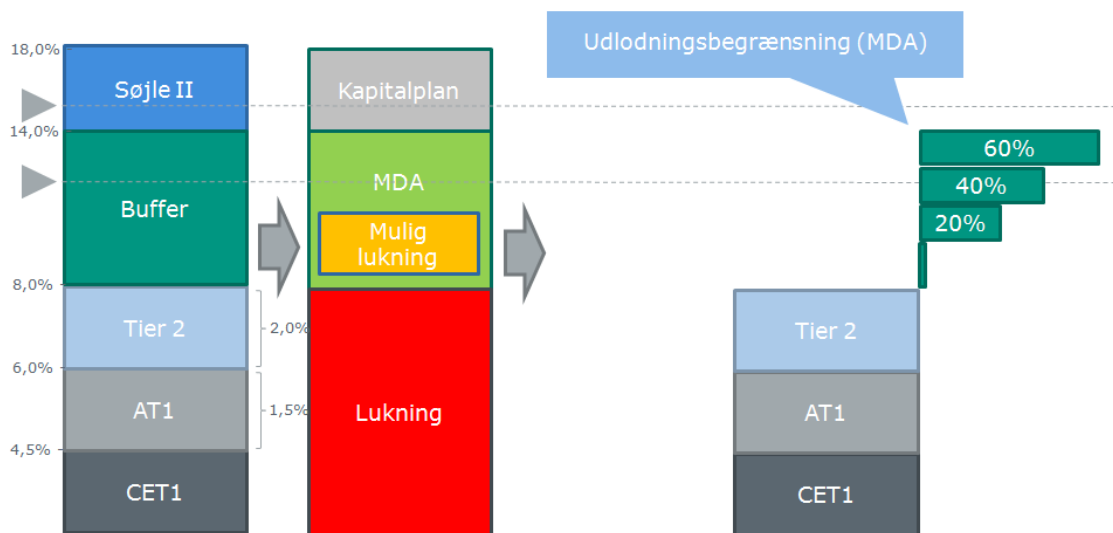
European Banking Authority (EBA) udsendte den 16. december 2015 en holdning ("opinion"), hvor EBA opfordrer til, at MDA-kravet ikke kun skal omfatte Søjle 1-kravet, men også CET1-andelen af Søjle 2-kravet. Søjle 2-kravet er forskelligt fra bank til bank og kan betegnes som

”det individuelle solvensbehov”. Det dækker risici, der ikke er omfattet af Søjle 1, som specielt risikofyldte kreditarrangementer f.eks. lån til selskaber med stor eksponering mod olie, eksplicit eller implicit.

Det er EBA’s holdning, at Søjle 2 kravet skal opfyldes på samme måde som minimumskravet, altså med mindst 56,25% CET1, og hvor resten kan opfyldes med AT1 og Tier-2, dog maksimalt 25% Tier-2.

Sammensætningen af MDA-kravet vil herefter være 1) minimumskravet til CET1 + 2) CET1-andelen af Søjle 2-kravet + 3) det kombinerede bufferkrav. EBA udtaler dog, at lokale myndigheder kan vælge en anden fortolkning (altså om de vil medtage Søjle 2 eller ej). EBA’s holdning er nemlig ikke et lovmæssigt krav, men EBA har stor indflydelse på lovgiverne, så der er stor sandsynlighed for, at EBA’s holdning vil blive inkorporeret i de lokale måder at beregne kapital på. Endvidere godkendte ECB EBA’s holdning i starten af januar.

Ved at inkludere bankernes Søjle 2-krav i bankernes MDA, vil der i fremtiden være en væsentlig mindre management-buffer, før MDA-restriktionerne sætter ind. De nye regler vil altså gøre et eventuelt kuponbortfald mere sandsynligt.



Figur 3.1: Maximum Distribution Amount (figuren tager udgangspunkt i [4])

3.2 TLAC

The Financial Stability Board (FSB) har angivet et minimum på total loss-absorbing capacity (TLAC), hvilket er en standard for 30 banker. Bankerne identificeres ved alle at være global systemically important banks (G-Sibs). Dette tiltag træder i kraft d. 1. januar 2019, og minimumskravet

for TLAC ligger på 16% af de risikovægtede aktiver, hvilket er det dobbelte af Basel III kravet. TLAC skal indfasen frem mod d. 1. januar 2022, hvor minimumskravet ligger på 18%. TLAC skal opfyldes med efterstillet gæld, som kan nedskrives eller konverteres i pressede situationer. Kravet er et minimumskrav under søjle 1, som derfor altid skal være overholdt, så kuponbortfald undgås. Kapitalbufferkravene der indføres med Basel III kommer altså oveni TLAC-kravet.

Indførslen af TLAC er et led i FSB's bestræbelser på, at systemisk vigtige banker, der ellers var "too-big-to-fail", fremadrettet skal kunne afvikles uden brug af offentlige midler.

Nordea er den eneste bank i Norden, som FSB har udpeget som G-SIB, og dermed den eneste bank, der bliver direkte omfattet af TLAC-kravet. Danske banker kan dog også blive påvirket via markedets forventninger til bankers kapitalisering.[11]

Da TLAC kravet skal opfyldes med tabsabsorberende kapital, er CoCo-obligationen en mulighed.

Kapitel 4

Modellen

I dette kapitel opstilles en model over en banks kapitalstruktur. Banken antages at være et aktieselskab, hvor aktiverne bliver finansieret af senior- og juniorgæld, forsikrede indskud og CoCo-obligationer. Modellen er dannet på baggrund af artiklen "CoCos, Bail-In, and Tail Risk" af Nan Chen, Paul Glasserman, Behzad Nouri og Markus Pelger.

4.1 Aktiver

Det antages, at ændringen i markedsværdien af bankens aktiver følger en spring-diffusionsproces. Afkastet til tidspunkt t defineres som $\frac{d\delta_t}{\delta_t}$. Under det risikoneutrale sandsynlighedsmål Q , følger bankens fremtidige cash flows følgende proces

$$\frac{d\delta_t}{\delta_t} = \tilde{\mu}dt + \tilde{\sigma}d\tilde{W}_t + d\left(\sum_{i=1}^{\tilde{N}_t^f} (\tilde{Y}_i^f - 1)\right) + d\left(\sum_{i=1}^{\tilde{N}_t^m} (\tilde{Y}_i^m - 1)\right) \quad (4.1)$$

Der antages at $\tilde{\mu}$ og $\tilde{\sigma}$ er konstante, og \tilde{W}_t er en standard Brownsk bevægelse under det risikoneutrale sandsynlighedsmål. De sidste to led er spring, det ene spring er specifikt for den enkelte bank og kan f.eks. skyldes offentliggørelse af regnskab. Det andet spring er ift. hele markedet og kan skyldes ændringer i makroøkonomiske forhold. \tilde{Y} indikerer springstørrelsen, hvis \tilde{Y} er større (mindre) end 1, er der et opadgående (nedadgående) spring i værdien af bankens fremtidige indkomst. Springene er drevet af en Poisson proces \tilde{N}_t^f og \tilde{N}_t^m med intensiteterne $\tilde{\lambda}_f$ og $\tilde{\lambda}_m$. Springstørrelserne, springene og \tilde{W}_t antages alle at være uafhængige hinanden. Sætter $\tilde{Z}_f = -\log(\tilde{Y}_f)$ og $\tilde{Z}_m = -\log(\tilde{Y}_m)$ og antager, at de er eksponentielt fordelt med følgende tæthedsfunktioner

$$f_{\tilde{Z}_f}(z) = \eta_f e^{-\eta_f z} \quad \text{og} \quad f_{\tilde{Z}_m}(z) = \eta_m e^{-\eta_m z}, \quad \text{hvor } z \geq 0 \text{ og } \eta_f, \eta_m > 0 \quad (4.2)$$

Værdien af bankens aktiver findes som nutidsværdien af de fremtidige cash flows δ under det risikoneutrale sandsynlighedsmål.

$$V_t = \mathbb{E}^Q \left[\int_t^\infty e^{-r(u-t)} \delta_u du \mid \delta_t \right] \quad (4.3)$$

for $t \geq 0$, hvor den risikofri rente antages at være konstant.

Forholdet mellem bankens aktiver og indkomst er konstant og givet ved $\delta = \frac{V_t}{\eta_{nt}}$ jf. [9]. V_t indeholder en jump-diffusionsprocess. Værdien af bankens aktiver er derfor givet som følgende dynamik:

$$\frac{dV_t}{V_{t-}} = (r - \delta)dt + \sigma dW_t + d\left(\sum_{i=1}^{N_t^f} (Y_i^f - 1)\right) + d\left(\sum_{j=1}^{N_t^m} (Y_j^m - 1)\right) - (\lambda_m + \lambda_f)\xi dt \quad (4.4)$$

hvor ξ er givet som

$$\xi = \frac{\lambda_f}{\lambda_m + \lambda_f} \cdot \frac{\eta_f}{\eta_f + 1} + \frac{\lambda_m}{\lambda_m + \lambda_f} \cdot \frac{\eta_m}{\eta_m + 1} - 1 \quad (4.5)$$

Under det risikoneutrale sandsynlighedsmål \mathbb{Q} er W_t en standard Brownsk bevægelse og N_t^f og N_t^m , er to Poisson processer med intensiteterne λ_f og λ_m . Y_i^f og Y_i^m er som før størrelsen på springene, hvis fordeling er givet ved $Z_f = -\log(Y_f)$ og $Z_m = -\log(Y_m)$, og antages at være eksponentielt fordelt. Derfor hvis Y_i^f og Y_i^m er lig med nul, er der ikke sket et spring. Der kigges kun på de nedadgående spring, da der hovedsageligt fokuseres på indvirkningen af spring nedad i værdien af bankens aktiver. Derfor er springstørrelsen mindre end én, når der kun kigges på de negative spring i eksponentialfordelingen.

4.2 Kapitalstrukturen

I det følgende afsnit gennemgås de fire typer gældsforpligtelser, rangeret efter senioritet.

4.2.1 Forsikret indskud

Disse indskud har højest senioritet. De er altså de sidste til at absorbere tab. Derudover er de forsikret af staten, så hvis en bank går fallit, og aktiverne ikke kan dække tilbagebetalingen, går staten ind og dækker op til cirka 750.000 kroner af beløbet. Indskyderne er altså garanteret fuld tilbagebetaling til par-værdi. Et forsikret indskud kan f.eks. være en almindelig bankkonto, hvor kunden altid har mulighed for hæve pengene. Løbetiden på et forsikret indskud er derfor ukendt, for nemheds skyld antages det, at løbetiden er eksponentieltfordelt med tæthedsfunktionen $m_1 e^{-m_1 t}$ og en middelværdi på $\frac{1}{m_1}$.

Når banken udsteder en "konto", modtages par-værdien $p_1 dt$ for indskuddet på alle tidspunkter $(t, t + dt)$ for $t \geq 0$. I alle efterfølgende intervaller $(t + s, t + s + ds)$ for $s \geq 0$ tilbagebetales andelen $\phi_1(s) ds$ af det oprindelige indskud

$$\phi_1(s) = m_1 e^{-m_1 s}$$

Altså har indskuddet modtaget i $(t, t + dt)$ og udbetalt i $(t + s, t + s + ds)$ parværdien $p_1 \phi_1(s) dt ds$. Kan finde den samlede par-værdi til tidspunkt t af alle tidligere modtagne indskud modtaget op til tidspunkt t , som tilbagebetales til tid $s \geq t$.

$$p_t(s) = \int_{-\infty}^t p_1 \phi_1(s - u) du \quad (4.6)$$

For alle tidspunkter, hvor $t \geq 0$ er den totale par-værdi af udestående gæld givet ved 4.7, hvor der til tidspunkt t integreres over alle forsikrede indskud modtaget op til tidspunkt t , som tilbagebetales efter tidspunkt t . Altså de indskud, modtaget i intervallet du , som tilbagebetales i intervallet ds . På den måde findes den samlede par-værdi for de forsikrede indskud til tidspunkt t .

$$\begin{aligned} P_1 &= \int_t^{\infty} p_t(s) ds \\ &= \int_t^{\infty} \left(\int_{-\infty}^t p_1 \phi_1(s - u) du \right) ds \\ &= \int_t^{\infty} \left(\int_{-\infty}^t p_1 m_1 e^{-m_1(s-u)} du \right) ds \\ &= p_1 m_1 \int_t^{\infty} \left(\int_{-\infty}^t e^{-m_1(s-u)} du \right) ds \\ &= p_1 m_1 \int_t^{\infty} e^{-m_1 s} ds \int_{-\infty}^t e^{m_1 u} du \\ &= p_1 m_1 \left[\frac{-e^{-m_1 s}}{m_1} \right]_t^{\infty} \left[\frac{e^{-m_1 u}}{m_1} \right]_{-\infty}^t \\ &= p_1 m_1 \left(\frac{e^{-m_1 t}}{m_1} \right) \left(\frac{e^{m_1 t}}{m_1} \right) \\ &= p_1 m_1 \frac{1}{m_1^2} \\ &= \frac{p_1}{m_1} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Par-værdien afhænger altså ikke af tiden og forbliver konstant over tid, medmindre banken går fallit.

Banken skal derudover betale renten c_1 og forsikringspræmien φ . Renten betales i hver periode $(t, t + dt)$. Dette er en andel af den udestående gæld, svarende til $c_1 P_1 dt$. Forsikringspræmien φ er

til staten for indskudsforsikringen. Forsikringspræmien betales så længe, virksomheden ikke er gået fallit.

Tilbagebetalingstidspunktet af det forsikrede indskud afhænger af fallit, for hvis banken går fallit før udløb, sker tilbagebetalingen på fallittidspunktet. Værdien af det forsikrede indskud til tidspunkt t , med en hovedstol på 1, og med udløb til tidspunkt $t + T$, findes ved at tilbagediskontere renten c_1 , som er blevet betalt af banken i perioden $[t - \min[(t + T), \tau_b]]$ og hovedstolen, som tilbagebetales til tidspunkt $\min[(t + T), \tau_b]$

$$\begin{aligned}
b_1(V_t, T) &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_t^{\min[(t+T), \tau_b]} c_1 e^{-r(u-t)} du + e^{-r(\min[\tau_b, (t+T)])} | V_t \right] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_0^{\min[T, \tau_b - t]} c_1 e^{-ru} du + e^{-r(\min[\tau_b - t, T])} | V_t \right] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\frac{c_1}{r} e^{-r \cdot 0} - \frac{c_1}{r} e^{-r(\min[T, \tau_b - t])} + e^{-r(\min[T, \tau_b - t])} | V_t \right] \\
&= \frac{c_1}{r} + \left(1 - \frac{c_1}{r} \right) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r(\min[T, \tau_b - t])} | V_t \right]
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Indskuddets løbetid T er eksponentialt fordelt, og indskuddets totale par-værdi er P_1 . Derudover antages det, at $t = 0$, da hverken kuponbetalingerne eller den risikofrie rente afhænger af tiden t . Så i dag på tidspunkt nul, er den totale markedsværdi givet som

$$\begin{aligned}
B_1(V) &= P_1 \int_0^{\infty} b_1(V, T) m_1 e^{-m_1 T} dT \\
&= P_1 \int_0^{\infty} \left(\frac{c_1}{r} + \left(1 - \frac{c_1}{r} \right) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r(\min[T, \tau_b - 0])} | V_t \right] \right) m_1 e^{-m_1 T} dT \\
&= P_1 \frac{c_1}{r} + P_1 \left(1 - \frac{c_1}{r} \right) \int_0^{\infty} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r(\min[T, \tau_b])} m_1 e^{-m_1 T} dT | V_t \right] \\
&= P_1 \frac{c_1}{r} + P_1 \left(1 - \frac{c_1}{r} \right) \left(\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_0^{\infty} e^{-rT} m_1 e^{-m_1 T} 1_{\{T \leq \tau_b\}} dT | V_t \right] + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_0^{\infty} e^{-r\tau_b} m_1 e^{-m_1 T} 1_{\{T > \tau_b\}} dT | V_t \right] \right) \\
&= P_1 \frac{c_1}{r} + P_1 \left(1 - \frac{c_1}{r} \right) \left(\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_0^{\tau_b} m_1 e^{-(r+m_1)T} dT + \int_{\tau_b}^{\infty} e^{-r\tau_b} m_1 e^{-m_1 T} dT | V_t \right] \right) \\
&= P_1 \frac{c_1}{r} + m_1 P_1 \left(1 - \frac{c_1}{r} \right) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\frac{-1}{m_1 + r} \left[e^{-(r+m_1)T} \right]_0^{\tau_b} + e^{-r\tau_b} \frac{-1}{m_1} \left[e^{-m_1 T} \right]_{\tau_b}^{\infty} m_1 e^{-m_1 T} dT | V_t \right] \\
&= P_1 \frac{c_1}{r} + m_1 P_1 \left(1 - \frac{c_1}{r} \right) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\frac{1}{m_1 + r} (1 - e^{-(r+m_1)\tau_b}) + e^{-r\tau_b} \frac{1}{m_1} (e^{-m_1 \tau_b} - 0) | V_t \right] \\
&= P_1 \frac{c_1}{r} + m_1 P_1 \left(1 - \frac{c_1}{r} \right) \left(\frac{1}{m_1 + r} + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[-\frac{1}{m_1 + r} e^{-(r+m_1)\tau_b} + \frac{1}{m_1} (e^{-(r+m_1)\tau_b}) | V_t \right] \right) \\
&= P_1 \frac{c_1}{r} + m_1 P_1 \left(1 - \frac{c_1}{r} \right) \left(\frac{1}{m_1 + r} + \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_1 + r} \right) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_1)\tau_b} | V_t \right] \right)
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Som tidligere nævnt køber banken en forsikring af staten, der træder i kraft i tilfælde af fallit. Forsikringen dækker forskellen mellem virksomhedens værdi efter fallit og det forsikrede indskud, altså $(P_1 - \alpha V_{\tau_b})$, hvor $(1 - \alpha) \geq \alpha \geq 0$ er fallitomkostninger. Markedsværdien for forsikringen kan opskrives som

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} (P_1 - \alpha V_{\tau_b}) 1_{\{\alpha V_{\tau_b} < P_1\}} \right] \quad (4.10)$$

For denne forsikring betales løbende forsikringspræmien φ af indskudsmængden P_1 .

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_0^{\tau_b} \varphi P_1 e^{-rs} ds \right] \quad (4.11)$$

4.2.2 Senior- og efterstillet (junior)gæld

Banken udsteder også usikret senior- og efterstillet gæld i form af obligationer. Efterstillet gæld absorberer tab før seniorgælden, og afhængig af aktivernes værdi ved fallit, kan investorerne af senior- og juniorobligationerne risikere at miste hovedstolen.

Til at værdiansætte senior- og efterstillet gæld benyttes samme fremgangsmåde som ved forsikret indskud. Udløb antages derfor at være eksponentiel-fordelt. Banken udsteder kontinuerligt to typer af obligationer, senior og efterstillede, med par-værdi på hhv. $p_2 dt$ og $p_3 dt$ på tidspunkt $(t, t + dt)$ for alle $t \geq 0$. I efterfølgende intervaller $(t + s, t + s + ds)$ for alle $s \geq 0$ betales andelen

$$\phi_i(s) = m_i e^{-m_i s} ds, \quad \text{for } i = 2, 3$$

af det totale beløb $p_i dt$, $i = 2, 3$, så længe banken ikke er gået fallit. Som ved forsikret indskud er den totale udestående par-værdi en konstant $P_i = \frac{p_i}{m_i}$, $i = 2, 3$ for alle tidspunkter.

Senior- og efterstillet gæld betaler kuponrente på c_i , $i = 2, 3$ og har derfor en kuponbetaling på $(c_2 P_2 + c_3 P_3) dt$ på obligationerne, i intervallet $(t, t + dt)$, indtil udløb eller fallit.

Ved fallit antages der at blive brugt $(1 - \alpha)$, $1 \geq \alpha \geq 0$ af bankens aktivers værdi på fallit-omkostninger. Hvis V er aktivernes værdi på fallitidspunktet, er $V\alpha$ værdien lige efter fallit. Så efter at have tilbagebetalt forsikrede indskud og fallitomkostninger, er der $\max(\alpha V - P_1, 0)$ til at tilbagebetale den resterende gæld. Det giver senior-obligationsejerne, $\min(P_2, \alpha V - P_1)$, da de tilbagebetales før junior-obligationsejerne, som får $\min(P_3, \alpha V - P_1 - P_2)$ givet det er større end nul.

Som ved det forsikrede indskud antages hovedstolen at være 1 og tid til udløb T . Det giver senior obligationen følgende værdi

$$\begin{aligned}
b_2(V, T) &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-rT} \mathbf{1}_{\tau_b > T} \right] && \text{(ikke fallit)} \\
&+ \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} \mathbf{1}_{\{\tau_b \leq T\}} \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1 + P_2\}} \right] && \text{(fallit, fuld tilbagebetaling)} \\
&+ \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} \mathbf{1}_{\{\tau_b \leq T\}} \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} \mathbf{1}_{\{P_1 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2\}} \right] && \text{(fallit, delvis tilbagebetaling)} \\
&+ \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_0^{\min(\tau_b, T)} c_2 e^{-ru} du \right] && \text{(kupon betalinger)}
\end{aligned} \tag{4.12}$$

I første led i ligning 4.12 går banken ikke fallit, før obligationen er udløbet, så hovedstolen tilbagebetales til udløb. I andet led går virksomheden fallit, men da bankens aktivers værdi efter fallit αV_{τ} overstiger både de forsikrede indskud og seniorobligationernes værdi, tilbagebetales den fulde hovedstol. I tredje led går banken også fallit før obligationens udløb, men bankens aktivers værdi efter fallit overstiger kun de forsikrede indskud, ikke den samlede værdi som i andet led, derfor tilbagebetales kun en andel af hovedstolen, svarende til forskellen mellem de forsikrede indskud og aktiverens værdi efter fallit. Hvis de forsikrede indskuds værdi overstiger aktiverens værdi efter fallit, betales intet af hovedstolen tilbage til senior-obligationsejerne. Sidste led er kuponbetalingerne, som betales løbende til enten udløb eller fallit, afhængig af hvad der kommer først.

Den totale markedsværdi af seniorgælden udregnes:

$$\begin{aligned}
B_2(V) &= P_2 \int_0^{\infty} b_2(V, T) e^{-m_2 T} dT \\
&= P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_0^{\tau_b} e^{-rT} m_2 e^{-m_2 T} dT \right] \\
&+ P_2 \int_0^{\infty} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_0^{\min(\tau_b, T)} c_2 e^{-ru} du \right] m_2 e^{-m_2 T} dT \\
&+ P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_{\tau_b}^{\infty} m_2 e^{-m_2 T} e^{-r\tau_b} \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1 + P_2\}} dT \right] \\
&+ P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_{\tau_b}^{\infty} m_2 e^{-m_2 T} e^{-r\tau_b} \frac{\alpha V - P_1}{P_2} \mathbf{1}_{\{P_1 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2\}} dT \right] \\
&= P_2 \frac{m_2}{m_2 + r} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] + P_2 \frac{c_2}{r} - P_2 \frac{c_2}{r} \left(\frac{m_2}{m_2 + r} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] \right) \\
&+ P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1 + P_2\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] + P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} \mathbf{1}_{\{P_1 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2\}} e^{-m_2 \tau_b} \right] \\
&= P_2 \left[\left(1 - \frac{c_2}{r} \right) \cdot \frac{m_2}{m_2 + r} + \frac{c_2}{r} \right] \cdot \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - e^{-(m_2+r)\tau_b} \right] \\
&+ P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{P_1 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2\}} \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} + \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1 + P_2\}} \right) \right]
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Benytter præcis samme fremgangsmode som ved seniorobligationerne til at finde markedsværdien for efterstillet gæld

$$B_3(V) = P_3 \left[\left(1 - \frac{c_3}{r} \right) \cdot \frac{m_3}{m_3 + r} + \frac{c_3}{r} \right] \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - e^{-(m_3+r)\tau_b} \right] + P_3 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1 + P_2 + P_3\}} + \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1 - P_2}{P_3} \mathbf{1}_{\{P_1 + P_2 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2 + P_3\}} \right) \right] \quad (4.14)$$

Indikatorfunktionerne er her anderledes ift. seniorobligationen, da efterstillet gæld ved fallit kun får noget udbetalt, hvis virksomhedsværdien efter fallit er større end både det forsikrede indskud og seniorobligationen.

4.2.3 CoCo-obligationer

Ved værdiansættelse af CoCo-obligationerne antages det, at hovedstolen konverteres til aktiekapital. Benytter samme fremgangsmåde til værdiansættelse af CoCo-obligationen, som ved de andre gældstyper. Par-værdien på udestående CoCo-obligationer $P_4 = \frac{P_4}{m_4}$ er uafhængig af tiden og konstant, der betales kontinuerligt kuponrenten c_4 .

CoCo-obligationens konvertering bliver trigget, når bankens aktiver falder under en på forhånd specificeret barriere V_c . Konverteringen sker på tidspunktet

$$\tau_c = \inf\{t \geq 0 : V_t \leq V_c\} \quad (4.15)$$

Hvor det antages, at triggerniveauet V_c er lavere end den initiale værdi af aktiverne, og større end fallitbarrieren $V_c > V_b$, så fallit ikke sker før konverteringen.

En CoCo-obligation med udløb T har markedsværdien

$$b_4(V, T) = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-rT} \mathbf{1}_{\{\tau_c > T\}} \right] + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_0^{\min(T, \tau_c)} c_4 e^{-rs} ds \right] + \frac{\Delta}{1 + \Delta P_4} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_c} E^{PC}(V_{\tau_c}) \mathbf{1}_{\{\tau_c < T\}} \right]$$

Markedsværdien består altså af tre led, hvor første senearie er tilbagebetaling af hovedstolen, hvis banken ikke er gået fallit, andet led er de kontinuerte kuponbetalinger, som betales til enten udløb eller konvertering, tredje led er konverteringen til aktiekapital, hvor investoren modtager $\frac{\Delta P_4}{1 + \Delta P_4}$ af banken, hvor $E^{PC}(V)$ er konverteringsværdien af aktierne.

Den totale markedsværdi af de udestående CoCo-obligationerne er

$$B_4(V) = P_4 \left[\left(1 - \frac{c_4}{r} \right) \frac{m_4}{m_4 + r} + \frac{c_4}{r} \right] \left(1 - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \right] \right) + \frac{\Delta P_4}{1 + \Delta P_4} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} E^{PC}(V_{\tau_c}) \right] \quad (4.16)$$

Ved konvertering modtager investoren Δ af bankens aktier for hver enhed hovedstol, altså i alt ΔP_4 aktier. Investoren kommer til at eje $\frac{\Delta P_4}{1+\Delta P_4}$ af banken efter konvertering ved at normalisere antallet af aktier til 1.

For at finde aktiekapital-værdien efter konvertering findes først virksomhedens samlede værdi efter konvertering, som er givet ved virksomhedens aktiver plus skattefordele, fratrukket fallit-omkostninger og tilbagebetalingsgarantien på de forsikrede indskud (4.11). Udtrykket opskrives som:

$$\begin{aligned}
F^{PC} &= V + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_0^{\tau_b} \kappa (c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3) e^{-rs} ds \right]}_{\text{skattefordele}} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_0^{\tau_b} \varphi P_1 e^{-rs} ds \right]}_{\text{forsikringspræmie}} \\
&\quad + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{r\tau_b} (P_1 - \alpha V_{\tau_b}) \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \leq P_1\}} \right]}_{\text{tilbagebetalingsgaranti}} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} (1 - \alpha) V_{\tau_b} \right]}_{\text{fallitomkostninger}} \\
&= V + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[- (c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3) \frac{\kappa}{r} e^{-r\tau_b} + (c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3) \frac{\kappa}{r} 1 - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[- P_1 \frac{\varphi}{r} e^{-r\tau_b} + P_1 \frac{\varphi}{r} 1 \right] \right] \\
&\quad + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{r\tau_b} (P_1 - \alpha V_{\tau_b}) \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \leq P_1\}} \right] - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} (1 - \alpha) V_{\tau_b} \right] \\
&= V + \left[(c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3) \frac{\kappa}{r} - P_1 \frac{\varphi}{r} \right] \left(1 - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [e^{-r\tau_b}] \right) \\
&\quad + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{r\tau_b} (P_1 - \alpha V_{\tau_b}) \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \leq P_1\}} \right] - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} (1 - \alpha) V_{\tau_b} \right]
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Værdien af aktiekapitalen for en given barriere kan nu fås ved at fratække gælden

$$E^{PC}(V) = E^{PC}(V; V_b) = F^{PC}(V) - B_1(V) - B_2(V) - B_3(V) \tag{4.18}$$

Til værdiansættelse af CoCo-obligationen benyttes den tilbagediskonterede aktiekapital, givet barrieren er ramt

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_c} E^{PC}(V_{\tau_c}) \mathbf{1}_{\{\tau_c < T\}} \right] \tag{4.19}$$

4.2.4 Aktiekapital-værdi før konvertering

For at finde den optimale fallitbarriere skal bankens værdi før konvertering findes. Her benyttes samme fremgangsmåde som ved aktiekapitalværdien efter konvertering. Skal derfor finde bankens samlede værdi før konvertering, $F^{BC}(V)$, givet fallitbarrieren V_b . Hvis vi antager at CoCo-obligationerne er fradagsberettigede, har de følgende værdi før konvertering:

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\int_0^{\min(\tau_c, \tau_b)} P_4 \kappa c_4 e^{-ru} du \right]$$

Derfor bliver bankens samlede værdi før konvertering følgende:

$$F^{BC}(V) = F^{PC}(V) + \begin{cases} c_4 P_4 \frac{\kappa}{r} (1 - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-r\tau_b}]) & \text{for } V_c \leq V_b \\ c_4 P_4 \frac{\kappa}{r} (1 - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-r\tau_c}]) & \text{for } V_c > V_b \end{cases} \quad (4.20)$$

Aktiekapitalværdien før konvertering kan nu skrives som:

$$E^{BC}(V) = F^{BC}(V) - B_1(V) - B_2(V) - B_3(V) - B_4(V) \quad (4.21)$$

Der er nu et udtryk for alle bankens kapitalstrukturer. Da udtrykket afhænger af fallitbarrieren, findes den optimale fallitbarriere.

Fallitbarrieren

Finder det tidspunkt, som er optimalt for aktieejerne at gå fallit på.

Først defineres banken cashflows for at finde det tidspunkt, hvor det ikke længere er optimalt for aktieejerne at lave investeringer i banken. Der er to typer af cash inflows og tre typer af cash outflows. Banken har to inflows, det første er indkomsterne $V_t dt$, hvor V_t er værdien af bankens aktiver, $V_t dt$ der derfor det afkast banken modtager til tidspunkt t . det andet er nyudstedte obligationer $b_t dt$, hvor b_t er den totale markedsværdi af obligationer udstedt til tidspunkt t .

Bankens outflows er par-værdien på obligationer, der udløber $(p_1 + p_2 + p_3 + p_4) dt$, forsikringspræmien $\varphi P_1 dt$ på det forsikrede indskud og kupon betalingerne efter skat på de udstedte obligationer, som er givet ved $A_t = (1 - \kappa)(c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3 + c_4 P_4)$, hvor banken har en skatterate på κ og alle udstedte obligationer inklusiv CoCo-obligationer er skattefradragsberettigede.

Lader \bar{p} være den totale parværdi af gæld, der er udløbet $\bar{p} = p_1 + p_2 + p_3 + p_4$, som er givet ved $\bar{p} = p_1 + p_2 + p_3$ efter konvertering af CoCo-obligationerne.

$$b_t + \delta V_t > A_t + \bar{p} + \varphi P_1 \quad (4.22)$$

Når ulighedstegnet er opfyldt, har banken et positivt cashflow, hvilket er dividende flowet til aktionærene. Hvis ulighedstegnet er modsat, har banken underskud. Aktionærene har derfor et dilemma - skal de lave yderligere investeringer i banken, eller lade banken gå fallit. Banken går fallit på følgende tidspunkt

$$\tau_b = \inf\{t \geq 0 : V_t \leq V_b^*\} \quad (4.23)$$

altså det første tidspunkt, hvor aktiverens værdi er under eller lig V_b^* , som er valgt optimalt af aktionærene. Den optimale fallitbarriere findes ved følgende maksimeringsudtryk

$$\max_{V_b} E^{BC}(V; V_b) \quad (4.24)$$

ubb. $E^{BC}(V'; V_b) \geq 0$, for alle $V' \geq V_b$

Aktionærene maksimerer altså værdien af aktiekapitalen, før CoCo-obligationen er konverteret i forhold til fallitbarrieren V_b .

Da aktieejerne vælger fallitbarrieren V_b optimalt, og det derfor er et maksimeringsproblem benyttes smooth-pasting betingelsen jf. Leland [6]

$$\left. \frac{\delta E^{BC}(V)}{\delta V} \right|_{V=V_b^*} = 0 \quad (4.25)$$

Hvor $E^{BC}(V) = E^{PC}(V)$ hvis $V \leq V_c$

Kapitel 5

Implementering af modellen

Implementerer modellen for at finde CoCo-obligationernes effekt på bankernes kapitalstruktur. Ved implementeringen af modellen benyttes de fundne udtryk for bankens aktiver og kapitalstruktur fra kapitel 3. Værdiansættelsesudtrykkene fra kapitel 3 afhænger af fallitbarrieren og indeholder forventede værdier. Udleder og omskriver derfor de forventede værdier og finder den optimale fallitbarriere.

5.0.5 Fallitbarrieren

Benytter smooth-pasting betingelsen som beskrevet i kapitel 3 ligning 4.25,

$$\left. \frac{\delta E^{BC}(V)}{\delta V} \right|_{V=V_b^*} = 0 \quad (5.1)$$

Hvor $E^{BC}(V) = E^{PC}(V)$ hvis $V < V_c$

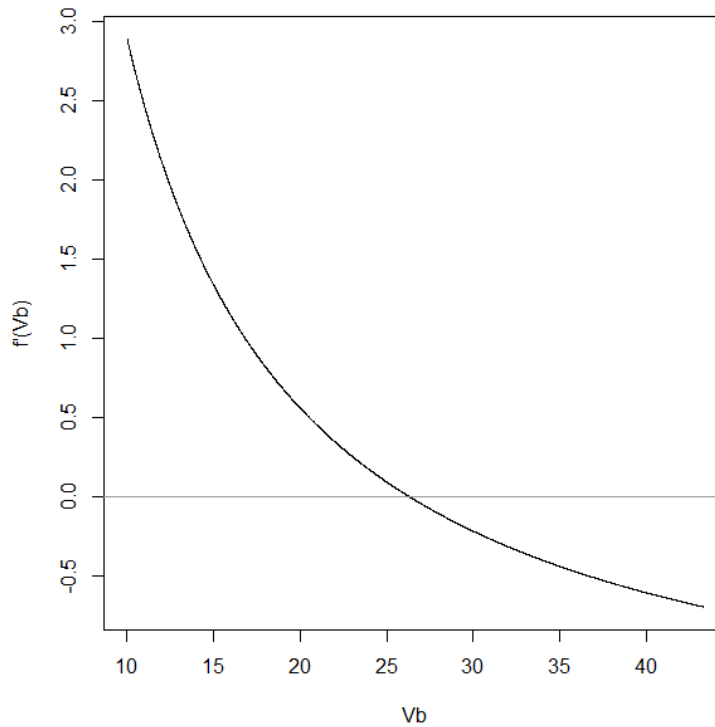
Ved at antage at $f(V) = E^{BC}(V)$ kan udtrykket udregnes numerisk. ved at finde den værdi for V_b^* der gør at $f'(V_b^*) = 0$. Derfor skal følgende ligning løses:

$$\frac{f(V_b^* + \epsilon) - f(V_b^*)}{(V_b^* + \epsilon) - V_b^*} = \frac{f(V_b^* + \epsilon) - f(V_b^*)}{\epsilon} = 0 \quad (5.2)$$

Figur 5.1 viser $f'(V_b)$ for forskellige værdier af V_b , hvor den optimale fallitbarriere V_b^* er der hvor $f'(V_b) = 0$.

5.0.6 Forventede værdier

Lader $X_t = \log(V_t)$ som er en hyper-eksponentiel springproces på følgende form



Figur 5.1: Fallitniveau

$$X_t = X_0 + \mu t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} Y_i \quad (5.3)$$

W_t er en standard Brownsk bevægelse, springene for markedet og firmaet betegnes som $N_t = N_t^{(m)} + N_t^{(f)}$, springene og springstørrelserne Y_i er uafhængige og identiske fordelte med følgende tæthed

$$f_Y(y) = q_f \eta_f e^{\eta_f y} \mathbf{1}_{\{y < 0\}} + q_m \eta_m e^{\eta_m y} \mathbf{1}_{\{y < 0\}} \quad (5.4)$$

hvor $q_f = \frac{\lambda_f}{\lambda_f + \lambda_m}$ og $q_m = 1 - q_f$ er sandsynligheden for henholdsvis et firma- og markeds-specifikt spring. Ligning 5.3 er en Lévy proces med spring, hvilket vil sige at processen er stokastisk og kontinuerlig med uafhængige og stationære tilvækster[3]. Lévy processens eksponent er defineret som:

$$G(x) = \frac{1}{t} \log \mathbb{E}[e^{x X_t} | X_0 = 0] \quad (5.5)$$

Ved at indsætte springprocessen 5.3 i udtrykket for Lévy processen fås:

$$G(x) = \frac{1}{t} \log \mathbb{E}[e^{x(\mu t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} Y_i)}] = \frac{1}{t} \log(e^{x \mu t} \cdot \mathbb{E}[e^{x \sigma W_t}] \cdot \mathbb{E}[e^{x \sum_{i=1}^{N_t} Y_i}]) \quad (5.6)$$

Dette kan omskrives yderligere.

Omskriver først det midterste led, da W_t er en standard Brownsk bevægelse, altså er $W_t \sim N(0, t)$, som har følgende tæthedsfunktion $f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{u^2}{2t}}$. Ved at benytte reglerne for moment genererende funktioner [12] fås:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[e^{x\sigma W_t}] &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{x\sigma u} \cdot f(u) du \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{x\sigma u} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} \cdot e^{-\frac{u^2}{2t}} du \\ &= e^{x \cdot \sigma \cdot 0 + x^2 \sigma^2 t / 2}\end{aligned}\tag{5.7}$$

Det sidste led kan også omskrives, her benyttes at Y_i er uafhængige og identiske fordelte, hvilket giver følgende udtryk:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[e^{x \sum_{i=1}^{N_t} Y_i}] &= \sum_{j=0}^{\infty} \mathbb{E}[e^{x \sum_{i=1}^j Y_i}] P(N_t = j) \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} \mathbb{E}[e^{xY_1} \cdot e^{xY_2} \cdot e^{xY_j}] P(N_t = j) \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} (\mathbb{E}[e^{xY_1}])^j P(N_t = j)\end{aligned}\tag{5.8}$$

Da N_t har en Poissonfordeling med parameter $(\lambda_f + \lambda_m)t$ så gælder:

$$P(N_t = j) = e^{-(\lambda_f + \lambda_m)t} \frac{((\lambda_f + \lambda_m)t)^j}{j!}\tag{5.9}$$

Og $\mathbb{E}[e^{xY_1}]$ kan omskrives til:

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[e^{xY_1}] &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{xy} f_Y(y) dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{xy} \cdot (q_f \eta_f e^{\eta_f y} \mathbf{1}_{\{y < 0\}} + q_m \eta_m e^{\eta_m y} \mathbf{1}_{\{y < 0\}}) dy \\ &= \int_{-\infty}^0 (q_f \eta_f e^{y(\eta_f + x)} + q_m \eta_m e^{y(\eta_m + x)}) dy \\ &= \left[\frac{q_f \eta_f e^{y(\eta_f + x)}}{\eta_f + x} + \frac{q_m \eta_m e^{y(\eta_m + x)}}{\eta_m + x} \right]_{-\infty}^0 \\ &= \frac{q_f \eta_f}{\eta_f + x} + \frac{q_m \eta_m}{\eta_m + x}\end{aligned}\tag{5.10}$$

Indsætter ligning 5.9 og 5.9 i ligning 5.8 og får følgende udtryk:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[e^{x \sum_{i=1}^{N_t} Y_i}] &= \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{q_f \eta_f}{\eta_f + x} + \frac{q_m \eta_m}{\eta_m + x} \right)^j \cdot e^{-(\lambda_f + \lambda_m)t} \frac{((\lambda_f + \lambda_m)t)^j}{j!} \\
&= e^{-(\lambda_f + \lambda_m)t} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\left((\lambda_f + \lambda_m)t \cdot \left(\frac{q_f \eta_f}{\eta_f + x} + \frac{q_m \eta_m}{\eta_m + x} \right) \right)^j}{j!} \\
&= e^{-(\lambda_f + \lambda_m)t} \cdot e^{(\lambda_f + \lambda_m)t \cdot \left(\frac{q_f \eta_f}{\eta_f + x} + \frac{q_m \eta_m}{\eta_m + x} \right)} \\
&= e^{(\lambda_f + \lambda_m)t \cdot \left(\left(\frac{q_f \eta_f}{\eta_f + x} + \frac{q_m \eta_m}{\eta_m + x} \right) - 1 \right)}
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Her er der benyttet, at der for eksponentielle potensrækker gælder $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.

Ligning 5.11 og 5.7 indsættes i udtryk 5.6:

$$\begin{aligned}
G(x) &= \frac{1}{t} \log \left(e^{x\mu t} \cdot e^{\frac{x^2 \sigma^2 t}{2}} \cdot e^{(\lambda_f + \lambda_m)t \cdot \left(\left(\frac{q_f \eta_f}{\eta_f + x} + \frac{q_m \eta_m}{\eta_m + x} \right) - 1 \right)} \right) \\
&= \frac{1}{t} \left(x\mu t + \frac{x^2 \sigma^2 t}{2} + (\lambda_f + \lambda_m)t \cdot \left(\left(\frac{q_f \eta_f}{\eta_f + x} + \frac{q_m \eta_m}{\eta_m + x} \right) - 1 \right) \right) \\
&= x\mu + \frac{x^2 \sigma^2}{2} + (\lambda_f + \lambda_m) \cdot \left(\left(\frac{q_f \eta_f}{\eta_f + x} + \frac{q_m \eta_m}{\eta_m + x} \right) - 1 \right)
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Ved yderligere udregninger kan det vises, at for alle $a > 0$ kan $G(x)=a$ omskrives til et fjerdegrads-polynomium, her benyttes at $q_f = \frac{\lambda_f}{\lambda_f + \lambda_m}$ og $q_m = 1 - q_f$

$$\begin{aligned}
G(x) &= x\mu + \frac{x^2 \sigma^2}{2} \cdot (\lambda_f + \lambda_m) \cdot \left(\left(\frac{\lambda_f}{\lambda_f + \lambda_m} \frac{\eta_f}{\eta_f + x} + \frac{\lambda_m}{\lambda_f + \lambda_m} \frac{\eta_m}{\eta_m + x} \right) - 1 \right) - a = 0 \\
\Rightarrow G(x) &= x\mu + \frac{x^2 \sigma^2}{2} + \frac{\lambda_f \eta_f}{\eta_f + x} + \frac{\lambda_m \eta_m}{\eta_m + x} - (\lambda_f + \lambda_m) - a = 0
\end{aligned} \tag{5.13}$$

ganger igennem med $(\eta_f + x)(\eta_m + x) = x^2 + \eta_f x + \eta_m x + \eta_f \eta_m$

$$\begin{aligned}
G(x) &= \frac{1}{2}x^4\sigma^2 + x^3\mu + \frac{1}{2}x^3\sigma^2\eta_f + \frac{1}{2}x^3\sigma^2\eta_m \\
&\quad + x^2\mu\eta_f + x^2\mu\eta_m + \frac{1}{2}x^2\sigma^2\eta_f\eta_m - \lambda_f x^2 - \lambda_m x^2 - ax^2 \\
&\quad + x\mu\eta_f\eta_m + \lambda_f\eta_f x + \lambda_m\eta_m x - \eta_f x\lambda_f - \eta_m x\lambda_f - \eta_f x\lambda_m - \eta_m x\lambda_m - a\eta_f x - a\eta_m x \\
&\quad + \lambda_f\eta_f\eta_m + \lambda_m\eta_m\eta_f - \lambda_f\eta_f\eta_m - \lambda_m\eta_f\eta_m - a\eta_f\eta_m = 0 \\
\Rightarrow G(x) &= x^4\frac{1}{2}\sigma^2 + x^3(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\eta_f + \frac{1}{2}\sigma^2\eta_m) + x^2(\mu\eta_f + \mu\eta_m + \frac{1}{2}\sigma^2\eta_f\eta_m - \lambda_f - \lambda_m - a) \\
&\quad + x(\mu\eta_f\eta_m - \eta_m\lambda_f - \eta_f\lambda_m - a\eta_f - a\eta_m) - a\eta_f\eta_m = 0
\end{aligned} \tag{5.14}$$

Fjerdegradspolynomiet $G(x)$ har altså fire rødder β , $-\gamma_1$, γ_2 , $-\gamma_3$ som alle er større end nul og forskellige fra η_f og η_m jf. [9].

Definerer nu falltidspunktet, givet en konstant b kan det defineres som $\tau_b = \inf\{t \geq 0 : X_t \leq b\}$, hvor processen X kan ramme eller krydse barrieren b på tre måder: uden et spring (J_0), ved et firma-specifikt spring (J_1) og ved et markeds-specifikt spring (J_2) på tidspunkt τ_b . Definerer tre hændelser for at kunne betragte krydsningen af b :

$$\begin{aligned}
F_0 &= \{X_{\tau_b} = b \cap J_0\} \\
F_1 &= \{X_{\tau_b} < b + y \cap J_1\} \\
F_2 &= \{X_{\tau_b} < b + y \cap J_2\}
\end{aligned} \tag{5.15}$$

For at blive betragtet som et spring, skal X_t overskride barrieren b med springet y .

Som tidligere nævnt er værdiansættelsesudtrykkene fra kapital 3 forventede værdier, som alle er funktioner af aktivets værdi V_t og falltidspunktet τ_b . Udtrykket er nu reduceret til følgende

$$u_i(x) = \mathbb{E}\left[e^{-a\tau_b + \theta X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{F_i} \mid X_0 = x\right], \quad i = 0, 1, 2 \tag{5.16}$$

hvor $a \leq 0$ og θ er konstanter

Da J_i for $i = 1, 2$ er uden hukommelse, er falltidspunktet ved et spring ($X_{\tau_b} - b$) eksponentialfordelt med middelværdi $\frac{1}{\eta_j}$ og tæthed $f(x, \eta_j) = \eta_j e^{-\eta_j x}$ for $j = f, m$. Så ligning 5.16 kan omskrives til:

$$\begin{aligned}
& e^{\theta b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b + \theta(X_{\tau_b} - b)} \mathbf{1}_{F_i} \mid X_0 = x \right] \\
&= e^{\theta b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_i} \mid X_0 = x \right] \cdot \mathbb{E} \left[e^{\theta(X_{\tau_b} - b)} \mathbf{1}_{F_i} \mid X_0 = x \right] \\
&= e^{\theta b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_i} \mid X_0 = x \right] \cdot \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\theta u} \eta_j e^{-\eta_j u} \mathbf{1}_{F_i} du \\
&= e^{\theta b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_i} \mid X_0 = x \right] \frac{\eta_j}{\eta_j + \theta} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} (\eta_j + \theta) e^{-u(\theta + \eta_j)} \mathbf{1}_{F_i} du \\
&= e^{\theta b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_i} \mid X_0 = x \right] \frac{\eta_j}{\eta_j + \theta} \cdot \int_{-\infty}^y (\eta_j + \theta) e^{-u(\theta + \eta_j)} du \\
&= e^{\theta b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_i} \mid X_0 = x \right] \cdot \frac{\eta_j}{\theta + \eta_j} e^{-y(\theta + \eta_j)}
\end{aligned} \tag{5.17}$$

for $j = f, m$ og $i = 1, 2$

Ligeledes kan hændelsen J_0 betragtes, hvor fallitbarrieren krydses uden et spring

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b + \theta X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{F_0} \mid X_0 = x \right] \\
&= e^{\theta b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_0} \mid X_0 = x \right] \cdot \mathbb{E} \left[e^{\theta(X_{\tau_b} - b)} \mathbf{1}_{F_0} \mid X_0 = x \right] \\
&= e^{\theta b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_0} \mid X_0 = x \right]
\end{aligned} \tag{5.18}$$

For ethvert $a < 0$ og ethvert imaginært tal l , er den stokastiske proces M_t en Martingal med middelværdi 0

$$M_t = e^{-at + lX_t} - e^{lX_0} - (G(l) - a) \int_0^t e^{-as + lX_s} ds \tag{5.19}$$

Da $\mathbb{E}[M_{\tau_b} \mid X_0 = x] = \mathbb{E}[M_0 \mid X_0 = x] = 0$ kan 5.18 skrives som

$$\mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b + lX_{\tau_b}} \mid X_0 = x \right] - e^{lx} - (G(l) - a) \mathbb{E} \left[\int_0^{\tau_b} e^{-as + lX_s} ds \mid X_0 = x \right] = 0 \tag{5.20}$$

Det første led i 5.20 kan skrives som

$$\begin{aligned}
\mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b + lX_{\tau_b}} \mid X_0 = x \right] &= \sum_{i=1}^3 \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b + lX_{\tau_b}} \mathbf{1}_{J_i} \mid X_0 = x \right] \\
&= e^{\theta b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_0} \mid X_0 = x \right] + e^{\theta b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_1} \mid X_0 = x \right] \cdot \frac{\eta_v}{\theta + \eta_v} e^{(\theta + \eta_v)y} \\
&\quad + e^{\theta b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_2} \mid X_0 = x \right] \cdot \frac{\eta_m}{\theta + \eta_m} e^{(\theta + \eta_m)y}
\end{aligned} \tag{5.21}$$

Ved at indsætte 5.21 i 5.20 fås følgende udtryk

$$0 = e^{lb} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_0} \mid X_0 = x \right] + e^{lb} \frac{\eta_f}{\eta_f + \theta} \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_f} \mathbf{1}_{J_1} \mid X_0 = x \right] \\ + e^{lb} \frac{\eta_m}{\eta_m + \theta} \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_2} \mid X_0 = x \right] - e^{lx} - (G(l) - a) \mathbb{E} \left[\int_0^{\tau_b} e^{-as+lX_s} ds \mid X_0 = x \right] \quad (5.22)$$

Højresiden af 5.22 defineres som $h(l)$, som er lig nul for alle imaginære værdier af l . Definerer en ny funktion, hvor $(l + \eta_m)(l + \eta_l)$ gangen på $h(l)$

$$H(l) = h(l) \cdot (1 + \eta_m) \cdot (l + \eta_f)$$

$H(l)$ er veldefineret i hele det komplekse talrum \mathbb{C} . Ud fra ligning 5.22 fremgår det, at $H(l) = 0$, når l er imaginær. Identitetsteoremet for analytiske funktioner i det komplekse talrum indebærer, at $H(l) = 0$ for alle $l \in \mathbb{C}$. Derfor er $h(l) = 0$ for alle $l \in \mathbb{C} \setminus \{-\eta_m, \eta_f\}$

Hvis vi vælger $l = -\gamma_j$, $j = 1, 2, 3$, så er $G(l) - a = 0$, og det sidste led på højresiden i ligning 5.22 udgår

$$e^{-\gamma_j x} = e^{\eta_j b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_0} \mid X_0 = x \right] + e^{-\gamma_j b} \frac{\eta_f}{\eta_f + \theta} \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_1} \mid X_0 = x \right] \\ + e^{-\gamma_j b} \frac{\eta_m}{\eta_m + \theta} \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b} \mathbf{1}_{J_2} \mid X_0 = x \right] \quad (5.23)$$

for $j = 1, 2$

Dette giver tre lineære ligninger og ved at benytte ligning 5.17 og 5.18, kan ligning 5.23 omskrives til

$$e^{-\gamma_j x} = \left(e^{\theta b} \right)^{-1} \cdot e^{-\gamma_j b} \cdot \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b + \theta X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{F_0} \mid X_0 = x \right] \\ + \left(e^{\theta b} \frac{\eta_f}{\theta + \eta_f} e^{(\theta + \eta_f)y} \right)^{-1} \cdot e^{-\gamma_j b} \frac{\eta_f}{\eta_f + \theta} \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b + \theta X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{F_1} \mid X_0 = x \right] \\ + \left(e^{\theta b} \frac{\eta_m}{\theta + \eta_m} e^{(\theta + \eta_m)y} \right)^{-1} e^{-\gamma_j b} \frac{\eta_m}{\eta_m + \theta} \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b + \theta X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{F_2} \mid X_0 = x \right] \quad (5.24)$$

for $j = 1, 2, 3$

Udtrykkene kan nu opskrives på matrix-form

$$\underbrace{\begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 x} \\ e^{-\gamma_2 x} \\ e^{-\gamma_3 x} \end{bmatrix}}_{w(x)} = \underbrace{\begin{bmatrix} e^{\theta b} & 0 & 0 \\ 0 & e^{\theta b} \frac{\eta_f}{\theta + \eta_f} e^{(\theta + \eta_f)y} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\theta b} \frac{\eta_m}{\theta + \eta_m} e^{(\theta + \eta_m)y} \end{bmatrix}}_{D^{-1}}^{-1} \underbrace{\begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 b} & e^{-\gamma_1 b} \frac{\eta_f}{\eta_f - \gamma_1} & e^{-\gamma_1 b} \frac{\eta_m}{\eta_m - \gamma_1} \\ e^{-\gamma_2 b} & e^{-\gamma_2 b} \frac{\eta_f}{\eta_f - \gamma_2} & e^{-\gamma_2 b} \frac{\eta_m}{\eta_m - \gamma_2} \\ e^{-\gamma_3 b} & e^{-\gamma_3 b} \frac{\eta_f}{\eta_f - \gamma_3} & e^{-\gamma_3 b} \frac{\eta_m}{\eta_m - \gamma_3} \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} u_0(x) \\ u_1(x) \\ u_2(x) \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} u_0(x) \\ u_1(x) \\ u_2(x) \end{bmatrix} = DM^{-1}w(x) \quad (5.25)$$

Matricen M er invertibel, da rødderne γ_i er forskellige fra hinanden.

Da $b = \log(V_b)$, $X_0 = x$ og $X_0 = \log(V_0)$, kan udtrykket omskrives til følgende:

$$\begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_b^\theta & 0 & 0 \\ 0 & V_b^\theta \frac{\eta_f}{\theta + \eta_f} e^{(\theta + \eta_f)y} & 0 \\ 0 & 0 & V_b^\theta \frac{\eta_m}{\theta + \eta_m} e^{(\theta + \eta_m)y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_b^{-\gamma_1} & V_b^{-\gamma_1} \frac{\eta_f}{\eta_f - \gamma_1} & V_b^{-\gamma_1} \frac{\eta_m}{\eta_m - \gamma_1} \\ V_b^{-\gamma_2} & V_b^{-\gamma_2} \frac{\eta_f}{\eta_f - \gamma_2} & V_b^{-\gamma_2} \frac{\eta_m}{\eta_m - \gamma_2} \\ V_b^{-\gamma_3} & V_b^{-\gamma_3} \frac{\eta_f}{\eta_f - \gamma_3} & V_b^{-\gamma_3} \frac{\eta_m}{\eta_m - \gamma_3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_0^{-\gamma_1} \\ V_0^{-\gamma_2} \\ V_0^{-\gamma_3} \end{bmatrix}$$

Ved at tilpasse de forventede værdier, der indgår i værdiansættelsesudtrykkene til disse generelle udtryk, kan de forventede værdier nu beregnes. Dette gøres ved at identificere a , θ og y .

5.1 Omskrivning

Først gennemgås de generelle omskrivninger, som benyttes løbende igennem resten af kapitlet.

Værdiansættelses udtrykket for CoCo-obligationens indeholder forventede værdier af forventede værdier, hvilket skrives på følgende form:

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-d\tau_c} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-a\tau_b + \theta X_{\tau_b}} \mid X_0 = x] \mid X_{\tau_c} = x] \quad (5.26)$$

Benytter derfor udtrykket fundet i ligning 6.4 til at finde et udtryk for 5.26. Dette gøres ved at indsætte den forventede tilbagediskonterede værdi, men nu hvor $X_{\tau_c} = x$:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-d\tau_c} DM^{-1} \left(e^{-\gamma_1 X_{\tau_c}}, e^{-\gamma_2 X_{\tau_c}}, e^{-\gamma_3 X_{\tau_c}} \right) \right. \\ & \left. = DM^{-1} \left(\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-d\tau_c} e^{-\gamma_1 X_{\tau_c}} \right], \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-d\tau_c} e^{-\gamma_2 X_{\tau_c}} \right], \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-d\tau_c} e^{-\gamma_3 X_{\tau_c}} \right] \right) \right] \end{aligned} \quad (5.27)$$

Så her skal a , d , θ og y defineres for at beregne de forventede værdier

Nogle af værdiansættelsesudtrykkene indeholder forventede værdier af en indikatorfunktion, der afhænger af V_{τ_b} . Disse kan omskrives på følgende måde:

Falltidspunkt ved den optimale fallitbarriere er givet i ligning 4.23. Sætter $b = \log(V_b^*)$ og som tidligere defineret sættes $X_t = \log(V_t)$. Udtrykket kan derfor nu omskrives til

$$\tau_b = \inf\{t \geq 0 : X_t \leq b\}$$

Derudover kan f.eks. denne indikatorfunktion omskrives på følgende måde

$$\mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2\}} = \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{1}{\alpha}(P_1 + P_2))\}}$$

Fra hændelserne F_1 og F_2 gælder der at $X_{\tau_b} < b + y$, derfor må følgende kriterie gælde

$$b + y = \log\left(\frac{1}{\alpha}(P_1 + P_2)\right)$$

Som kan omskrives ved at indsætte $b = \log(V_b^*)$

$$y = \log\left(\frac{1}{\alpha}(P_1 + P_2)\right) - \log(V_b^*) = \log\left(\frac{P_1 + P_2}{\alpha V_b^*}\right) \quad (5.28)$$

Omskriver nu udtrykkene fra kapitel 2, der indeholder forventede værdier og indikatorfunktioner, så de passer ind i ovenstående formler. Hvis andet ikke er angivet er y og θ sat til nul.

5.1.1 Forsikrede indskud

I ligning 4.9, som er et udtryk for det forsikrede indskud, er det sidste led en forventet tilbagediskonteret værdi, a og θ identificeres derfor som følgende

$$\underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_1)\tau_b} \right]}_{a=m_1+r \text{ og } \theta=0} \quad (5.29)$$

5.1.2 Seniorgæld

Ligning 4.13, som er et udtryk for seniorgæld, indeholder to led med tilbagediskonteret værdier, det ene led indeholder også indikatorfunktioner.

Det første led identificeres a og θ let til følgende

$$1 - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \right]}_{a=m_2+r \text{ og } \theta=0} \quad (5.30)$$

Det andet led omskrives og der ses på tre forskellige tilfælde for indikator funktionen:

Tilfælde I: $\alpha V_b < P_1$

Tilfælde II: $P_1 \leq \alpha V_b < P_1 + P_2$

Tilfælde III: $P_1 + P_2 \leq \alpha V_b$

Tilfælde I

Når $\alpha V_b < P_1$ så er også $\alpha V_{\tau_b} < P_1$ (idet der per definition gælder at $V_{\tau_b} \leq V_b$) og derfor gælder også $\alpha V_{\tau_b} < P_1 \leq P_1 + P_2$. Dermed kan udtrykket omskrives til:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1 + P_2\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} \mathbf{1}_{\{P_1 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] \\ & = 0 + 0 \end{aligned} \quad (5.31)$$

Tilfælde II

Når $P_1 \leq \alpha V_b < P_1 + P_2$ så er også $\alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2$ (idet der per definition gælder at $V_{\tau_b} \leq V_b$). Dermed kan udtrykket omskrives til:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1 + P_2\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} \mathbf{1}_{\{P_1 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] \\ & = 0 + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} \mathbf{1}_{\{V_{\tau_b} < \frac{1}{\alpha} P_1\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] \\ & = \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_2)\tau_b + X_{\tau_b}} \right]}_{a=m_2+r, \theta=1} \frac{\alpha}{P_2} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_2)\tau_b} \right]}_{a=m_2+r, \theta=0} \frac{P_1}{P_2} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_2)\tau_b + X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{1}{\alpha} P_1)\}} \right]}_{a=m_2+r, \theta=1, y=\log(\frac{P_1}{\alpha V_b^*})} \frac{\alpha}{P_2} \\ & \quad + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_2)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{1}{\alpha} P_1)\}} \right]}_{a=m_2+r, \theta=0, y=\log(\frac{P_1}{\alpha V_b^*})} \frac{P_1}{P_2} \end{aligned} \quad (5.32)$$

Tilfælde III

Når $P_1 + P_2 \leq \alpha V_b$ kan udtrykket omskrives til:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1 + P_2\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} \mathbf{1}_{\{P_1 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\mathbf{1}_{\{\alpha V \geq P_1 + P_2\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} \mathbf{1}_{\{V_{\tau_b} < \frac{1}{\alpha} P_1 + P_2\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] \\
&\quad - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} \mathbf{1}_{\{V_{\tau_b} < \frac{1}{\alpha} P_1\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\mathbf{1}_{\{V_{\tau_b} \geq \frac{1}{\alpha}(P_1 + P_2)\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\mathbf{1}_{\{V_{\tau_b} < \frac{1}{\alpha} P_1 + P_2\}} e^{-(r+m_2)\tau_b + X_{\tau_b}} \right] \frac{\alpha}{P_2} \\
&\quad - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\mathbf{1}_{\{V_{\tau_b} < \frac{1}{\alpha} P_1 + P_2\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] \frac{P_1}{P_2} - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\mathbf{1}_{\{V_{\tau_b} < \frac{1}{\alpha} P_1\}} e^{-(r+m_2)\tau_b + X_{\tau_b}} \right] \frac{\alpha}{P_2} \\
&\quad + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[\mathbf{1}_{\{V_{\tau_b} < \frac{1}{\alpha} P_1\}} e^{-(r+m_2)\tau_b} \right] \frac{P_1}{P_2} \\
&= \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_2)\tau_b} \right]}_{a=r+m_2} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_2)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{1}{\alpha}(P_1 + P_2))\}} \right]}_{a=m_2+r, \theta=0, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_2)\tau_b + X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{1}{\alpha}(P_1 + P_2))\}} \right]}_{a=m_2+r, \theta=1, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} \frac{\alpha}{P_2} \\
&\quad - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_2)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{1}{\alpha}(P_1 + P_2))\}} \right]}_{a=m_2+r, \theta=0, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} \frac{P_1}{P_2} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_2)\tau_b + X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{1}{\alpha} P_1)\}} \right]}_{a=m_2+r, \theta=1, y=\log(\frac{P_1}{\alpha V_b^*})} \frac{\alpha}{P_2} \\
&\quad + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_2)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{1}{\alpha} P_1)\}} \right]}_{a=m_2+r, \theta=0, y=\log(\frac{P_1}{\alpha V_b^*})} \frac{P_1}{P_2}
\end{aligned} \tag{5.33}$$

Til at definere y benyttes at $X_{\tau_b} < b + y$ for hændelserne F_1 og F_2 , og definitionen $b = \log(V_b^*)$.

5.1.3 Juniorgæld

Ligning 4.14, som er et udtryk for juniorgæld/efterstillet gæld, indeholder ligesom senior gæld to led med tilbagediskonteret værdier, hvor det ene led også indeholder indikator funktioner.

Det første led identificeres a og θ som ved seniorgælden til følgende

$$1 - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \right]}_{a=m_3+r \text{ og } \theta=0} \tag{5.34}$$

Det andet led omskrives og der ses på tre forskellige tilfælde for indikator funktionen:

Tilfælde I: $\alpha V_b < P_1 + P_2$

Tilfælde II: $P_1 + P_2 \leq \alpha V_b < P_1 + P_2 + P_3$

Tilfælde III: $P_1 + P_2 + P_3 \leq \alpha V_b$

Tilfælde I

Når $\alpha V_b < P_1 + P_2$ så er også $\alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2$ (idet der per definition gælder at $V_{\tau_b} \leq V_b$) og derfor gælder også $\alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2 \leq P_1 + P_2 + P_3$. Dermed kan udtrykket omskrives til:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1+P_2+P_3\}} + \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1 - P_2}{P_3} \mathbf{1}_{\{P_1+P_2 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1+P_2+P_3\}} \right) \right] \\ & = 0 + 0 \end{aligned} \tag{5.35}$$

Tilfælde II

Når $P_1 + P_2 \leq \alpha V_b < P_1 + P_2 + P_3$ så er også $\alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2 + P_3$ (idet der per definition gælder at $V_{\tau_b} \leq V_b$). Dermed kan udtrykket omskrives til:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1+P_2+P_3\}} + \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1 - P_2}{P_3} \mathbf{1}_{\{P_1+P_2 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1+P_2+P_3\}} \right) \right] \\ & = 0 + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b + X_{\tau_b}} \right]}_{a=m_3+r, \theta=1} \frac{\alpha}{P_3} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \right]}_{a=m_3+r, \theta=0} \frac{P_1 + P_2}{P_3} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b + X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} \right]}_{a=m_3+r, \theta=1, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} \frac{\alpha}{P_3} \\ & \quad + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} \right]}_{a=m_3+r, \theta=0, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} \frac{P_1 + P_2}{P_3} \end{aligned} \tag{5.36}$$

Tilfælde III

Når $P_1 + P_2 + P_3 \leq \alpha V_b$ kan udtrykket omskrives til:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1+P_2+P_3\}} + \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1 - P_2}{P_3} \mathbf{1}_{\{P_1+P_2 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1+P_2+P_3\}} \right) \right] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \right] - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \mathbf{1}_{\{V_{\tau_b} < \frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha}\}} \right] + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1 - P_2}{P_3} \mathbf{1}_{\{V_{\tau_b} < \frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha}\}} \right] \\
&\quad - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1 - P_2}{P_3} \mathbf{1}_{\{V_{\tau_b} < \frac{P_1+P_2}{\alpha}\}} \right] \\
&= \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \right]}_{a=m_3+r} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha})\}} \right]}_{a=m_3+r, \theta=0, y=\log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha V_b^*})} + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b + X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha})\}} \right]}_{a=m_3+r, \theta=1, y=\log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha V_b^*})} \frac{\alpha}{P_3} \\
&\quad - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha})\}} \right]}_{a=m_3+r, \theta=0, y=\log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha V_b^*})} \frac{P_1 + P_2}{P_3} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b + X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} \right]}_{a=m_3+r, \theta=1, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} \frac{\alpha}{P_3} \\
&\quad + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} \right]}_{a=m_3+r, \theta=0, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} \frac{P_1 + P_2}{P_3}
\end{aligned} \tag{5.37}$$

5.1.4 CoCo-obligation

Værdiansættelses udtrykket for en CoCo-obligation 4.16 indeholder forventede værdier som skal omskrives.

Det første led omskrives til:

$$\left(1 - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \right]}_{a=m_4+r, \theta=0} \right) \tag{5.38}$$

Det andet led indeholder værdien af aktiekapitalen efter konvertering, indsætter derfor aktiekapitalens værdi 4.18 i udtrykket.

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} E^{PC}(V_{\tau_c}) \right] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \left(F^{PC}(V_{\tau_c}) - B_1(V_{\tau_c}) - B_2(V_{\tau_c}) - B_3(V_{\tau_c}) \right) \right]
\end{aligned} \tag{5.39}$$

Ved omskrivning opdeler jeg udtrykket i fire dele: Virksomhedens værdi, forsikrede indskud, seniorgæld og juniorgæld.

For overskuelighedens skyld benytter jeg $\mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}}[\dots]$ som notation for $\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[\dots \mid \mathcal{F}_{\tau_b}]$.

Første led

Indsætter udtrykket for virksomhedens værdi fra ligning 4.17. Her ses på to forskellige tilfælde:

Tilfælde I

Når $\alpha V_b \leq P_1$ så er også $\alpha V_{\tau_b} \leq P_1$ (idet der per definition gælder at $V_{\tau_b} \leq V_b$. Dermed kan udtrykket omskrives til:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \left(V_{\tau_c} + \left[(c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3) \frac{\kappa}{r} - P_1 \frac{\varphi}{r} \right] \left(1 - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [e^{-r\tau_b}] \right) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{r\tau_b} (P_1 - \alpha V_{\tau_b}) \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \leq P_1\}} \right] - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} (1 - \alpha) V_{\tau_b} \right] \right) \right] \\
= & \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c + X_{\tau_c}} \right]}_{a=r+m_4, \theta=1} + \left((c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3) \frac{\kappa}{r} - P_1 \frac{\varphi}{r} \right) \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \right]}_{a=r+m_4, \theta=0} \\
& - \left((c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3) \frac{\kappa}{r} - P_1 \frac{\varphi}{r} \right) \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} [e^{-r\tau_b}] \right]}_{d=r+m_4, a=r} + P_1 \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} [e^{r\tau_b}] \right]}_{d=r+m_4, a=r} \\
& - \alpha \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} [e^{r\tau_b + X_{\tau_b}}] \right]}_{d=r+m_4, a=r \theta=1} - (1 - \alpha) \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} [e^{-r\tau_b + X_{\tau_b}}] \right]}_{d=r+m_4, a=r \theta=1}
\end{aligned} \tag{5.40}$$

Tilfælde II

Når $P_1 > \alpha V_b$ kan udtrykket omskrives til:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} FC^{PC}(V_{\tau_c}) \right] \\
= & \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \left(V_{\tau_c} + \left[(c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3) \frac{\kappa}{r} - P_1 \frac{\varphi}{r} \right] \left(1 - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} [e^{-r\tau_b}] \right) \right. \right. \\
& \quad \left. \left. + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{r\tau_b} (P_1 - \alpha V_{\tau_b}) \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \leq P_1\}} \right] - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} (1 - \alpha) V_{\tau_b} \right] \right) \right] \\
= & \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c + X_{\tau_c}} \right]}_{a=r+m_4, \theta=1} + \left((c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3) \frac{\kappa}{r} - P_1 \frac{\varphi}{r} \right) \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \right]}_{a=r+m_4, \theta=0} \\
& - \left((c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3) \frac{\kappa}{r} - P_1 \frac{\varphi}{r} \right) \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} [e^{-r\tau_b}] \right]}_{d=r+m_4, a=r} \\
& + P_1 \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{r\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} \leq \log(\frac{P_1}{\alpha})\}} \right] \right]}_{d=r+m_4, a=r, y=\log(\frac{P_1}{\alpha V_b^*})} - \alpha \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{r\tau_b + X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} \leq \log(\frac{P_1}{\alpha})\}} \right] \right]}_{d=r+m_4, a=r \theta=1, y=\log(\frac{P_1}{\alpha V_b^*})} \\
& - (1 - \alpha) \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} [e^{-r\tau_b + X_{\tau_b}}] \right]}_{d=r+m_4, a=r \theta=1}
\end{aligned} \tag{5.41}$$

Da der skal estimeres forventede værdier af estimerede forventede værdier, defineres variablene

a , d , θ og y fra 5.26.

Andet led

Indsætter udtrykket for forsikret indskud fra ligning 4.9 og definerer variablene:

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} B_1(V_{\tau_c}) \right] \\
 &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \left(P_1 \frac{c_1}{r} + m_1 P_1 \left(1 - \frac{c_1}{r} \right) \left(\frac{1}{m_1 + r} + \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_1 + r} \right) \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_1)\tau_b} | V_t \right] \right) \right) \right] \\
 &= \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \right]}_{a=r+m_4, \theta=0} \left(\left(P_1 \frac{c_1}{r} + m_1 P_1 \left(1 - \frac{c_1}{r} \right) \frac{1}{m_1 + r} \right) \right. \\
 & \quad \left. + m_1 P_1 \left(1 - \frac{c_1}{r} \right) \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_1 + r} \right) \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}_{\tau_b} \left[e^{-(r+m_1)\tau_b} \right] \right]}_{d=r+m_4, a=r+m_1, \theta=0} \right)
 \end{aligned} \tag{5.42}$$

Tredje led

Indsætter udtrykket for seniorgæld fra ligning 4.13 og definerer variablene. Her ses på tre forskellige tilfælde for indikator funktionen:

Tilfælde I: $\alpha V_b < P_1$

Tilfælde II: $P_1 \leq \alpha V_b < P_1 + P_2$

Tilfælde III: $P_1 + P_2 \leq \alpha V_b$

Det er altså den samme opdeling og fremgangsmåde som ved seniorgæld. Så viser kun **tilfælde III**, de resterende to tilfælde kan findes i bilag:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} B_2(V_{\tau_c}) \right] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \left(P_2 \left(\left(1 - \frac{c_2}{r}\right) \cdot \frac{m_2}{m_2+r} + \frac{c_2}{r} \right) \cdot \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - e^{-(m_2+r)\tau_b} \right] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{P_1 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1+P_2\}} \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} + \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1+P_2\}} \right) \right] \right) \right] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \left(P_2 \left(\left(1 - \frac{c_2}{r}\right) \cdot \frac{m_2}{m_2+r} + \frac{c_2}{r} \right) \cdot \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[1 - e^{-(m_2+r)\tau_b} \right] \right. \right. \\
&\quad - P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1}{\alpha})\}} \right) \right] \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} \right] \\
&\quad + P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} \right) \right] \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} \right] \\
&\quad \left. \left. + P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \right] \right] - P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \frac{P_1+P_2}{\alpha}\}} \right] \right] \right) \right] \\
&= \left(\underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \right]}_{a=r+m_4} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \right] \right]}_{a=r+m_4, d=r+m_4} \right) \cdot P_2 \left(\left(1 - \frac{c_2}{r}\right) \cdot \frac{m_2}{m_2+r} + \frac{c_2}{r} \right) \\
&\quad - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b + X_{\tau_b}} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1}{\alpha})\}} \right) \right] \right]}_{a=r+m_4, d=r+m_4, \theta=1, y=\log(\frac{P_1}{\alpha V_b^*})} \alpha \\
&\quad + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1}{\alpha})\}} \right) \right] \right]}_{a=r+m_4, d=r+m_4, y=\log(\frac{P_1}{\alpha V_b^*})} P_1 \\
&\quad + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b + X_{\tau_b}} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} \right) \right] \right]}_{a=r+m_4, d=r+m_4, \theta=1, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} \alpha \\
&\quad - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} \right) \right] \right]}_{a=r+m_4, d=r+m_4, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} P_1 \\
&\quad + P_2 \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \right] \right]}_{a=m_2+r, d=m_4+r} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \frac{P_1+P_2}{\alpha}\}} \right] \right]}_{a=r+m_4, d=r+m_4, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} P_2
\end{aligned} \tag{5.43}$$

Fjerde led

Indsætter udtrykket for juniorgæld fra ligning 4.14 og definerer variablene. Her ses på tre forskellige

tilfælde for indikator funktionen:

Tilfælde I: $\alpha V_b < P_1 + P_2$

Tilfælde II: $P_1 + P_2 \leq \alpha V_b < P_1 + P_2 + P_3$

Tilfælde III: $P_1 + P_2 + P_3 \leq \alpha V_b$

Det er altså den samme opdeling og fremgangsmåde som ved seniorgæld. Så viser kun **tilfælde III**, de resterende to tilfælde kan findes i bilag:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} B_3(V_{\tau_c}) \right] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \left(P_3 \left[\left(1 - \frac{c_3}{r} \right) \cdot \frac{m_3}{m_3+r} + \frac{c_3}{r} \right] \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - e^{-(m_3+r)\tau_b} \right] \right. \right. \\
& \left. \left. + P_3 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1+P_2+P_3\}} + \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1 - P_2}{P_3} \mathbf{1}_{\{P_1+P_2 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1+P_2+P_3\}} \right) \right] \right) \right] \\
&= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} P_3 \left[\left(1 - \frac{c_3}{r} \right) \cdot \frac{m_3}{m_3+r} + \frac{c_3}{r} \right] \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - e^{-(m_3+r)\tau_b} \middle| V_t \right] \right] \\
& \quad + P_3 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \right] \right] - P_3 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha})\}} \right) \right] \right] \\
& \quad + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha})\}} (\alpha V_{\tau_b} - P_1 - P_2) \right] \right] \\
& \quad - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \mathbf{1}_{\{\alpha X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} (\alpha V_{\tau_b} - P_1 - P_2) \right] \right]
\end{aligned} \tag{5.44}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \right]}_{d=m_4+r} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}_{\tau_b} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \right] \right]}_{d=m_4+r, a=m_3+r} \right) P_3 \left[\left(1 - \frac{c_3}{r} \right) \cdot \frac{m_3}{m_3+r} + \frac{c_3}{r} \right] \\
&+ P_3 \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}_{\tau_b} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \right] \right]}_{a=m_3+r, d=r+m_4} - P_3 \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}_{\tau_b} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha})\}} \right) \right] \right]}_{d=m_4+r, a=m_3+r, y=\log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha V_b^*})} \\
&+ \alpha \cdot \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}_{\tau_b} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b + X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha})\}} \right] \right]}_{d=m_4+r, a=m_3+r, \theta=1, y=\log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha V_b^*})} \\
&- (P_1 + P_2) \cdot \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}_{\tau_b} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha})\}} \right] \right]}_{d=m_4+r, a=m_3+r, y=\log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha V_b^*})} \\
&- \alpha \cdot \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}_{\tau_b} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b + X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} \right] \right]}_{d=m_4+r, a=m_3+r, \theta=1, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} \\
&+ (P_1 + P_2) \cdot \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}_{\tau_b} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} \right] \right]}_{d=m_4+r, a=m_3+r, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})}
\end{aligned} \tag{5.45}$$

5.1.5 Bankens værdi

Bankens værdi før og efter konvertering indeholder samme forventede værdier, udtrykket er givet i ligning 4.17, og indeholder tre led med tilbagediskonterede værdier, hvor det ene led også indeholder en indikatorfunktion.

I det første led kan a let identificeres:

$$\underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} \right]}_{a=r} \tag{5.46}$$

De sidste led omskrives så a , θ og y kan identificeres. Her opdeles udtrykket igen i to tilfælde grundet indikator funktionen.

- Tilfælde I: $\alpha V_b \leq P_1$
- Tilfælde II: $\alpha V_b > P_1$

Dette er samme opdeling og fremgangsmåde der benyttes ved første led af CoCo-obligationen. Så viser kun **tilfælde II**:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{r\tau_b} (P_1 - \alpha V_{\tau_b}) \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \leq P_1\}} \right] \\ = & P_1 \cdot \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{r\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} \leq \log(\frac{P_1}{\alpha})\}} \right]}_{a=r, y=\log(\frac{P_1}{\alpha V_b^*})} - \alpha \cdot \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{r\tau_b + X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} \leq \log(\frac{P_1}{\alpha})\}} \right]}_{a=r, \theta=1, y=\log(\frac{P_1}{\alpha V_b^*})} \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} (1 - \alpha) V_{\tau_b} \right] = \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b + X_{\tau_b}} \right]}_{a=r, \theta=1} \cdot (1 - \alpha) \quad (5.48)$$

Alle de forventede værdier er omskrevet, så værdierne kan nu beregnes.

5.2 Implementering i R

Det var omfattende at implementere modellen i R, da modellens formler kræver en hel del kode. Koden kan findes på vedlagt USB-stik.01

Jeg benyttede følgende fremgangsmåde for at implementere modellen. Først implementerede jeg de enkelte værdiansættelsesudtryk som funktion af estimatet 6.4, i de forskellige tilfælde afhængigt af om indikatorfunktionen var opfyldt eller ej. Derefter har jeg samlet værdiansættelsesudtrykkene i én funktion, som beregner aktivernes værdi og aktiens værdi. Desuden er udtrykket for den optimale fallitbarriere implementeret som en funktion, der itererer over den samlede værdiansættelsesfunktion. Ligeledes er der lavet en funktion for det optimale konverteringsniveau og beregning af ny hovedstol.

Ved kalibrering af modellen til de to udvalgte banker i kapitel 6, indhentede jeg bankens data igennem Excel. Derefter benyttede jeg samme fremgangsmåde som ovenstående, dog implementerede jeg modellen på ny, da den kun indeholder én type spring.

Der opstod der en række problemer, da jeg implementerede modellen i R. Både i forhold til præcisionsbegrænsninger og tidsbegrænsninger. Jeg gennemgår de to typer af udfordringer:

- Rødderne fra Lévy eksponenten 5.14, havde i nogle tilfælde meget høje negative værdier. Og da alle komponenterne i M indeholder $e^{-\gamma_i b}$ for $i = 1, 2, 3$, hvor $e^{-x} \rightarrow 0$ for $x \rightarrow -\infty$, var der tilfælde hvor M ikke var invertibel og estimerne derfor ikke kunne beregnes. Derfor har jeg ændret nogle af artiklens standard parametre, følgende parametre er ændret σ , η_m og η_f . Desuden har jeg lagt en meget lille værdi (10^{-15}) til $e^{-\gamma_i b}$ for $i = 1, 2, 3$, hvis $e^{-\gamma_i b} < 10^{-15}$, for at undgå tilfælde hvor M ikke er invertibel.

Parameter	Betegnelse	Værdi
Initiale værdi af aktiverne	V_0	100
Hovedstolen på gælden	P_1, P_2, P_3	40, 30, 15
Risikofrie rente	r	6%
Volatilitet	σ	80%
Skat	κ	35%
Virksomhedsspecifik springrate	λ_f	0,2
Markedsspecifik springrate	λ_m	0,05
Virksomhedsspecifik springstørrelse	η_f	0.5
Markedsspecifik springstørrelse	η_m	0.25
Kupon	(c_1, c_2, c_3, c_4)	(r, r+3%, r+3%, r+3%)
Indskudsforsikringspræmie	φ	1%
Fallitømkostnings rate	α	50%
Hovedstol på CoCo	P_4	1
Løbetid	(m_1, m_2, m_3, m_4)	(1,1/4,1/4,1/4)
Trigger	V_c	75
Fallitbarriere	V_b	70
Aktier modtaget ved konvertering	Δ	20%

Tabel 5.1: Basis eksempel (tager udgangspunkt i tabel 1 i Chen [9])

- Der var tilfælde ved kalibrering af modellen, hvor jeg blev nødt til at gå på kompromis med præcision, da høj præcision krævede meget lang beregningstid. Det var primært den numeriske estimering af fallitbarrieren der tog lang tid. Og det var svært at angive en god initialværdi, da værdierne er meget volatile. Jeg fandt derfor en god balance mellem præcision og beregningstid, og en fornuftig initial værdi.

5.3 Basisscenarie

I dette kapitel benyttes værdiansættelsesudtrykkene til at se, hvilken effekt CoCo-obligationer har på en banks kapitalstruktur. Her er beregningerne fra kapitel 5.1 er implementeret i R.

I basiseksemplet bruges parametrene i tabel 5.1. Ved implementering af modellen er der lavet følgende antagelser:

- Det er den efterstillede gæld, der erstattes med CoCo-obligationer, da det primært er det scenarie, man ser i praksis på grund af de nye reguleringskrav, hvor AT1-obligationer skal være tabsabsorberende.
- At $V_c > V_b^*$, altså at CoCo-obligationen bliver triggeret før banken går fallit.

- At kuponbetalingerne på CoCo-obligationerne er skattefradragsberettigede, fordi alle CoCo-obligationer på det nuværende CoCo-marked er skattefradragsberettigede. I starten, da de første CoCo-obligationer blev udstedt, var der tvivl om, hvorvidt de skulle være skattefradragsberettigede eller ej. Bla. Danske Bank udstedte en CoCo-obligation uden at vide, om de kunne få skattefradrag på kuponbetalingerne. Skattefradraget ophører selvfølgelig på alle CoCo-obligationer ved konvertering.
- Antallet af aktier Δ , som udstedes ved konvertering, er sat således, at hvis konverteringen sker til præcis V_c , er markedsværdien af de udstedte aktier det samme som CoCo-obligationens hovedstol. Δ kan derfor udtrykkes på følgende måde:
- Modellen antager at $y < 0$, men det er ofte ikke opfyldt for de fundne y værdier i afsnit 5.1. Derfor sættes $y = 0$ i de tilfælde hvor $y > 0$.

$$\frac{\Delta P_4}{1 + \Delta P_4} = \frac{P_4}{E^{PC}(V_c) + P_4}$$

$$\Delta P_4 E^{PC}(V_c) + \Delta P_4^2 = P_4 + \Delta P_4^2 \quad (5.49)$$

$$\Delta = \frac{1}{E^{PC}(V_c)}$$

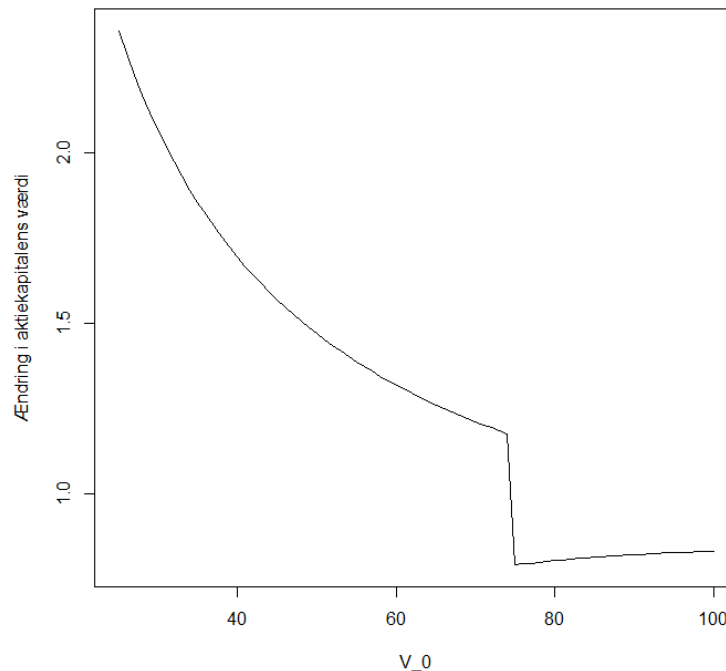
For at se hvilken effekt CoCo-obligationer har på en banks kapitalstruktur, benyttes værdierne fra tabel 5.1 til at lave følgende beregninger:

- Udregner fallitbarrieren V_b^* ved at benytte samme fremgangsmåde som beskrevet i afsnit 5.0.1.
- Udregner aktiekapitalværdien $E^{PC}(V)$ som findes i ligning 4.18
- Erstatte én enhed efterstillet gæld med én enhed CoCo-obligation. Her benyttes følgende fremgangsmåde:
 - Beregner en ny hovedstol for den efterstillede gæld (P_3), ved at invertere ligning 4.14, hvor markedsværdien af den efterstillede gæld sættes til $B_3 - 1$, altså den mindskes med én enhed.
 - Beregner en ny fallitbarriere V_b^* ud fra de ovenstående ændringer. Bemærk at det gøres uden at tage højde for CoCo-obligationen da $V_c \leq V_b^*$.
 - Beregner CoCo-obligationens hovedstol P_4 , ved at invertere ligning 4.19, hvor CoCo-obligationens markedsværd B_4 sættes til 1. Δ er angivet som i ligning 5.49.

CoCo-obligationens effekt på kapitalstrukturen kan nu findes ved at sammenligne værdierne med og uden én enhed CoCo-obligation.

Når efterstillet gæld erstattes af CoCo-obligationer, har det primært positive indvirkninger på bankens værdi. Efter CoCo-obligationen er konverteret til aktier, har banken mindre udestående gæld og derfor også færre omkostninger i form af kuponbetalinger. Dette mindsker den optimale fallitbarriere, hvilket medfører reducerede fallitomkostninger $E[e^{-r\tau_b}(1 - \alpha)V_{\tau_b}]$ og en stigende bankværdi se ligning 4.17. Den mindskede fallitbarriere får bankens værdi til at stige yderligere, da gældens værdi også stiger ved en mindre fallitbarriere. Den negative effekt, der er ved at erstatte efterstillet gæld med CoCo-obligationer, skyldes det mindskede skattefradrag, som ophører ved konvertering. De positive dominerende effekter CoCo-obligationen har på bankens værdi fremgår i figur 5.4, der viser forskellen mellem bankens værdi med og uden CoCo-obligationer.

Bankens stigende værdi er også fordelagtig for aktieejerne. Derudover medfører CoCo-udstedelsen mindsket *rollover cost*, som er de omkostninger, der er forbundet med refinansiering af gæld (forskellen mellem markedsværdi og par-værdi). De højere kuponbetalinger på CoCo-obligationen har en modsatrettet effekt. Som det fremgår af figur 5.2 har de positive indvirkninger den største effekt. Hoppet i grafen er der hvor CoCo-obligationen bliver triggeret, og det gør at der er større forskel mellem aktiens værdi med og uden CoCo-obligationer, da gælden formindskes.



Figur 5.2: Ændring i aktiekapital ved at erstatte én enhed efterstillet gæld med én enhed CoCo-obligation

Fallitomkostninger påvirkes mest af den lave fallitbarriere, CoCo-obligationen medfører, når aktivværdien er lav. CoCo-obligationens effekt på fallitomkostningerne fremgår i figur 5.3, hvor det

fremgår at jo lavere værdi aktiverne har jo højere er CoCo-obligationens effekt.

Der er også andre fordele forbundet med at erstatte efterstillet gæld med CoCo-obligationer. Når en bank mest har brug for hjælp i form af kapital, er aktieejere ofte mindre motiverede for at investere i banken. For når en bank er nær fallit, går værdien af de ekstra investerede aktier hovedsageligt til gældsindehaverne. Dette kan også forklares som i Merton modellen, hvor man ser aktier som en call option på bankens aktiver, men med gældens hovedstol som strike kurs. Når bankens aktiver er lave, og optionen derfor er deep-out-of-the-money (delta tæt på nul), har en stigende værdi i bankens aktiver en meget lille effekt på optionsprisen. Aktieejerne har ikke incitament til at foretage yderligere investeringer.

Men ved udstedelse af CoCo-obligationer bliver der skabt incitament for aktieejerne til at investere for at undgå konvertering. Dette skyldes, at aktieejerne vil miste skattefradraget på CoCo-obligationernes kuponbetalinger efter konvertering, og at aktieejerne kan risikere at blive udvandet ved konvertering.

Aktiejernes incitament for at investere, når CoCo-obligationen nærmer sig konverterings niveauet, afhænger altså af skattesatsen, konverteringsniveauet og antallet af aktier der udstedes ved konvertering.

CoCo-obligationerne er mere risikofyldte end andre obligationerne, da der er risiko for kuponaflysning og konvertering. Derfor har CoCo-obligationer ofte højere kupon betalinger end andre obligationer udstedt af den samme bank. Men på den anden side risikeres der ikke at blive betalt kuponbetalinger i hele CoCo-obligationens løbetid.

5.3.1 Permanent nedskrivning af hovedstolen

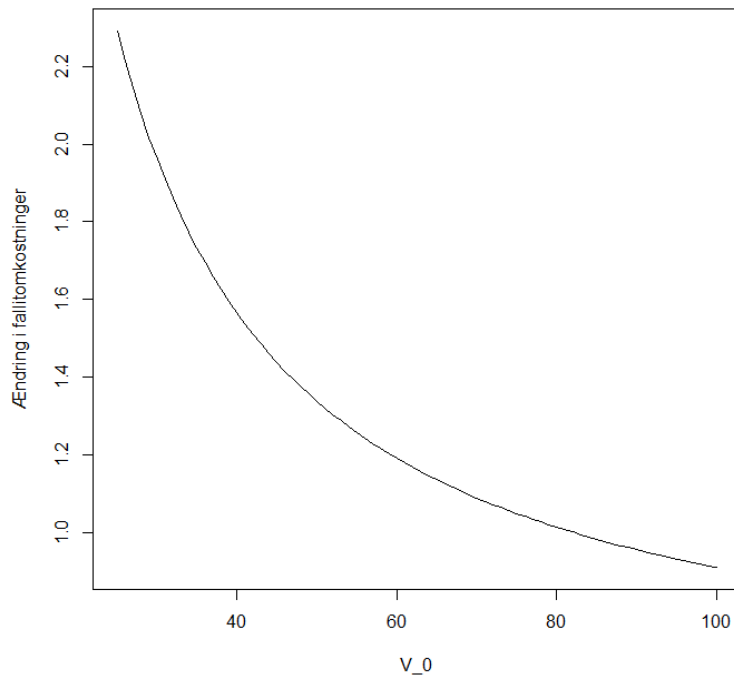
Et andet scenarie, der ofte ses i praksis, er hvor hovedstolen på CoCo-obligationen nedskrives permanent. Dette giver følgende værdiansættelsesudtryk:

$$B_4(V) = P_4 \left[\left(1 - \frac{c_4}{r} \right) \frac{m_4}{m_4 + r} + \frac{c_4}{r} \right] \left(1 - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \right] \right) \quad (5.50)$$

Her mister CoCo-investoren hovedstolen, hvis CoCo-obligationen trigges.

Jeg benytter igen parametrene fra tabel 5.1 og samme fremgangsmåde og antagelser som i afsnit 5.3 ved implementeringen:

- Udregner fallitbarrieren V_b^* numerisk
- Beregner aktiekapitalsværdien $E^{PC}(V)$



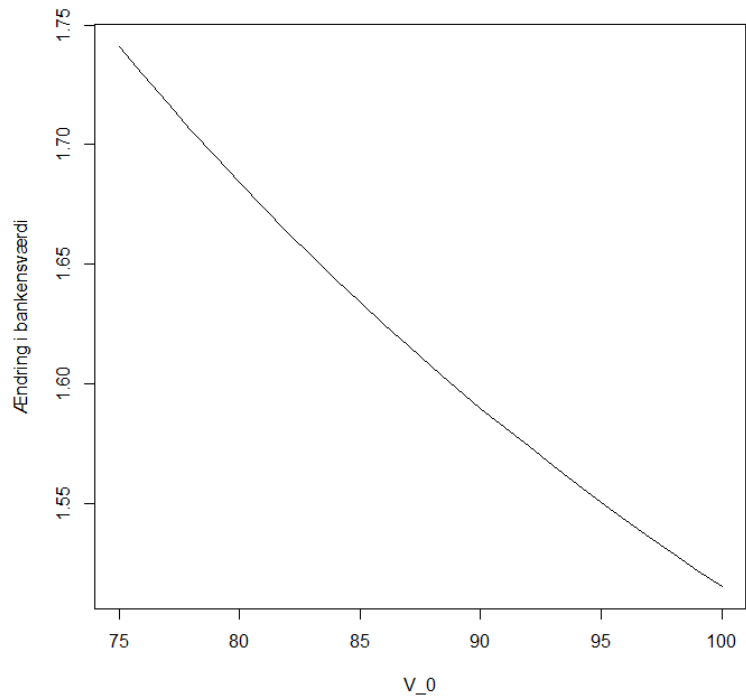
Figur 5.3: Ændring i fallit omkostningerne ved at erstatte én enhed efterstilletgæld med én enhed CoCo-obligation

- Erstatte én enhed efterstillet gæld med én enhed CoCo-obligation. Hvor der først beregnes en ny hovedstol for den efterstillede gæld. Derefter beregnes en ny fallitbarriere, og til sidst beregnes CoCo-obligationens hovedstil.

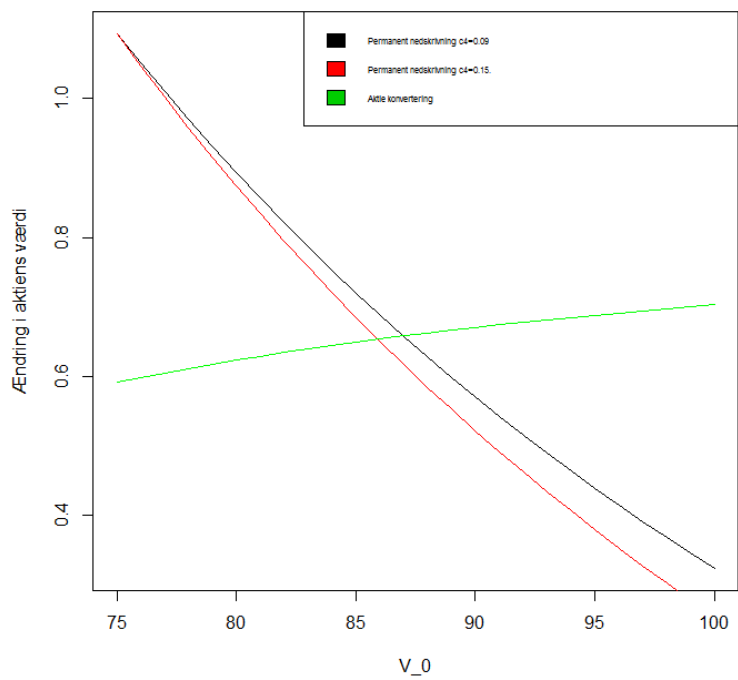
Jeg kan nu se, hvordan CoCo-obligationer med henholdsvis permanent nedskrivning og konvertering til aktiekapital påvirker kapitalstrukturen forskelligt.

Jo tættere CoCo-obligationen kommer på konvertering, jo større positiv indvirkning har CoCo-obligationen med permanent nedskrivning.

For $V_0 < 87$ er CoCo-obligationen med permanent nedskrivning mest fordelagtig for aktieejerne. CoCo-obligationen med permanent nedskrivning har en højere hovedstol, da de begge skal have en markedsværdi på én. Og som det fremgår i ligning 5.50 kræver permanent nedskrivning en højere hovedstol sammenlignet med konvertering til aktiekapital. Fordelen for aktieejerne ved at udstede CoCo-obligationer med permanent nedskrivning af hovedstolen, er at CoCo-investoren ikke får del i aktierne ved konvertering, og den udestående gæld stadig mindskes. Der vil alt andet lige være højere kuponbetalinger på en CoCo-obligation med permanent nedskrivning, den røde graf viser derfor hvilken indvirkning de højere kuponbetalinger har på aktiekapitalens værdi, som forventet har det en negativ indvirkning sammenlignet med basis scenariet, da højere kuponbetalinger er omkostningsfuldt.



Figur 5.4: Ændring i bankens værdi ved at erstatte én enhed efterstilletgæld med én enhed CoCo-obligation



Figur 5.5: Ændring i aktiekapitalens ved permanent nedskrivning og konvertering til aktiekapital

Kapitel 6

Kalibrering af modellen til banker

6.1 Valg af data

I dette afsnit beskrives data brugt til den empiriske analyse. Data er hentet i de udvalgte bankers kvartals- og årsregnskaber, mens de markedsbaserede data er hentet fra Bloomberg og Macrobond.

6.1.1 Banker

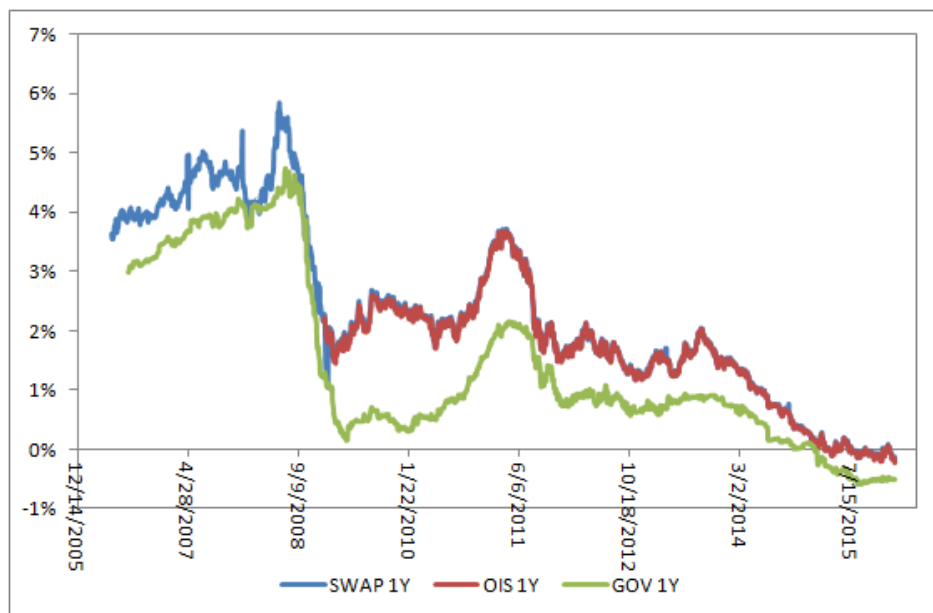
I den empiriske del betragtes to af de største svenske banker, Skandinaviska Enskilda Bankens (SEB) og Svenska Handelsbank. De to banker er på overfladen opbygget ens, begge med en stor retail del, mange boliglån og eksponering mod Lehman Brothers. Men på trods af det, blev de påvirket forskelligt af finanskrisen, fordi SEB har Baltikumlandene som et af deres hovedmarkeder. SEB var derfor kraftigt eksponeret, da der var forventninger om, at Letland vil devaluere i lyset af et økonomisk tilbageslag og et budgetunderskud på hen ved 10 pct. af bruttonationalproduktet. Og SEB var både i 2008 og 2009 nødsaget til at udstede ny kapital, både i form af aktier og efterstillet gæld med høje kuponbetalinger.

Under den seneste finankrise fik ingen svenske banker hjælp af den svenske stat, heller ikke SEB eller Svenska Handelsbank. Det var formentlig fordi krisen i start 90'erne ramte Sverige meget hårdt. Sverige var derfor godt klædt på til at håndtere krisen i 2008, da de havde lært, hvordan man overlever svære tider. Men den seneste krise var stadig dyr for de svenske banker, da låneomkostningerne steg kraftigt efter sammenbruddet i Lehman Brothers. Og på grund af bekymringerne, for en eventuel devaluering i Baltikum, opkrævede långivere ekstra for at låne penge til banken.

Der ses på en periode på 9 år fra 2005-2015, for at se om CoCo-obligationerne kunne have påvirket SEB og Svenska Handelsbanks kapitalstruktur i den seneste finanskrise.

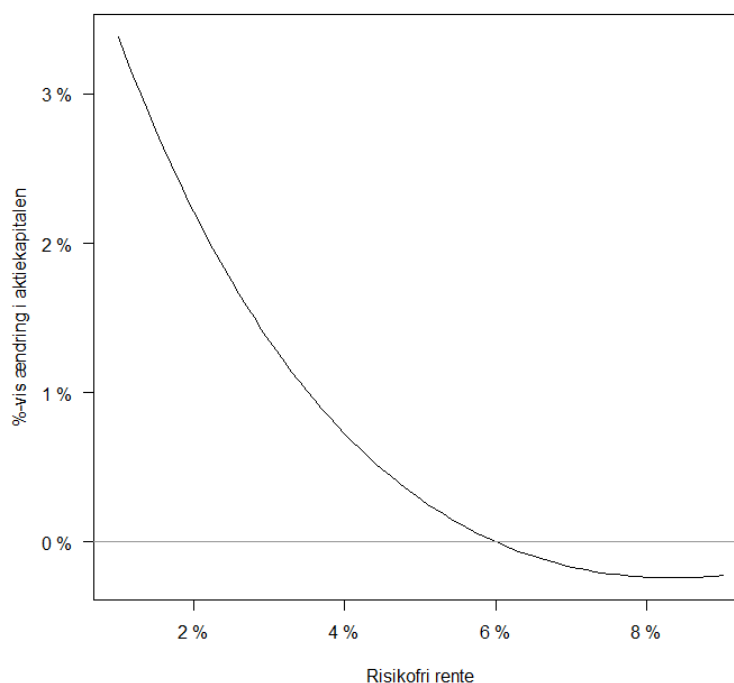
6.1.2 Risikofri rente

Den risikofri rente r benyttes til diskontering. Det er ikke muligt at observere den risikofri rente, da det er en teoretisk størrelse. I praksis benyttes ofte Swap-renten, renten på statsobligationer eller OIS (overnight interest rate swap). Umiddelbart er det mest nærliggende valg statsobligationer, fordi de altid har været anset som risikofrie, idet lande næppe går konkurs. Men der er nogle forhold, der gør, at renten på statsobligationen er lavere, end hvad den risikofrie rente burde være, fordi statsobligationer ofte er attraktive i krisesituationer. Swaprenterne, som er den faste rente, der gør de to ben i en swapkontrakt lig med hinanden, viste sig ikke at være så risikofrie under den seneste finanskrisen. En proxy for den risikofrie rente kunne derfor være OIS-renten, da den er mere risikofri end swaprenten, men det var ikke muligt at finde data på OIS-renten før 2008. I figur 6.1 vises de tre 1-årige SEK renters udvikling. Som forventet ligger renten på statsobligationer lavest, og spændet mellem rentekurverne stiger efter finanskrisen indtrådte. Swaprenten og OIS-renten følger hinanden tæt. På baggrund af disse overvejelser benytter jeg et gennemsnit af den 1-årige SEK swaprente over perioden fra 2005-2015 som en proxy for den konstante risikofri rente der benyttes i modellen.



Figur 6.1: Proxy for risikofri rente

Figur 6.2 viser den risikofri rentes effekt på aktiekapitalens estimat, der tages udgangspunkt i basisscenariet, hvor $r = 6\%$. Jo lavere den risikofri rente er, jo højere er aktiekapitalens værdi, da en lavere risikofri rente medfører blødere diskontering.



Figur 6.2: Sensitivitetstjek af risikofri rente

År	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Sats	28,0%	28,0%	28,0%	26,3%	26,3%	26,3%	26,3%	22,0%	22,0%

Tabel 6.1: Skattesatser

6.1.3 Skattesats

Skattesatsen κ er det skattefradrag banken får for deres obligations kuponbetalinger. Her benyttes den svenske selskabsskat fra 2005-2015, som er angivet i tabel 6.1. Skattesatserne er fra skatteministeriets hjemmeside [13].

Selskabsskatten er sænket over de seneste år, hvilket giver et mindre skattefradrag på kuponbetalingerne, som alt andet lige er negativt for aktiekapitalværdien.

Da der ikke er noget usikkerhed forbundet med skattesatserne, går jeg ikke ind og kigger på skattesatsernes effekt på aktiekapitalen.

6.1.4 Fallitombestyring

Hvis en bank går konkurs går en andel til fallitombestyring $(1 - \alpha)$, hvor α er recovery raten på virksomhedernes aktiver. α er en andel og har derfor en værdi mellem 0-1. Det er ikke muligt at observere recovery raten på virksomhedernes aktiver, benytter derfor den gennemsnitlige recovery

rate fra artiklen "*Corporate Default and Recovery Rates, 1920-2010*"[7]. I artiklen er der angivet en recovery rate for de forskellige typer gæld i perioden 1987-2010. Jeg tager gennemsnittet af de forskellige typer gæld og får en recovery rate på 45%. Recovery raten er ofte lavere, jo mere uro der er på markederne. Man ser derfor ofte, at hvis mange virksomheder går fallit, bliver markedet illikvidt. Der er altså en del usikkerhed forbundet med parameteret α , både fordi den ikke mulig at observere på virksomhedernes aktiver, og fordi den varierer meget, efter hvordan det går på markederne. Men recovery raten har faktisk ikke indflydelse på aktiekapitalens estimat. Det skyldes at α ikke indgår udtrykket for aktiekapitalen i basisscenariet, da antagelsen om at $y < 0$ ikke holder for de valgte α -værdier og beregnede fallitbarriere.

6.1.5 Forsikringspræmie

Forsikringsraten φ er det banken betaler i forsikring på sine forsikrede indskud.

I Sverige betaler bankerne et bidrag i form af indskydergaranti til staten. Garantien træder i kraft, hvis banken går fallit, eller hvis Finansinspektionen (det svenske finanstillsyn) beslutter, at indskydergarantien skal træde i kraft. Indskydergarantien erstatter kapital op til 100.000 euro per person og bank.

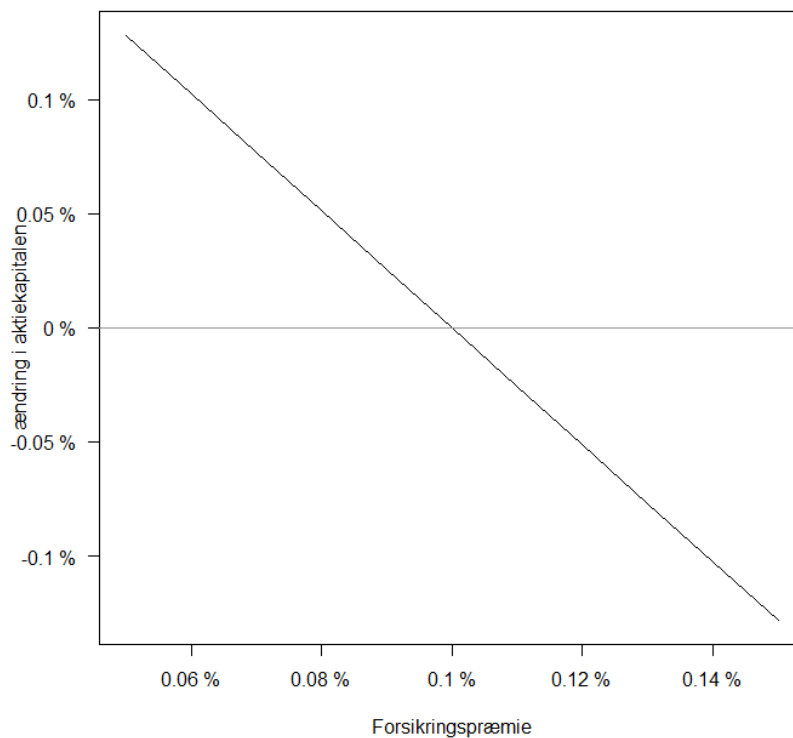
Svenska Handelsbank har 35 svenske kontotyper, der er dækket af indskydergarantien, og SEB har 26 kontotyper.

Bankernes bidrag til indskydergarantien afhænger af solvensprocenten. En højere(lavere) solvensprocent medfører et lavere(højere) gebyr. Forholdet mellem gebyr og solvensprocent er ikke lineært, en ændring i bankens solvensprocent giver en større relativ ændring i gebyret, når solvensprocenten er lav i forhold til når den er høj.

Gebyret ligger mellem 0,06%-0,14% af de forsikrede indskud. De svenske myndigheder har højere kapitalkrav end Basel III til de fire største svenske banker, hvor både SEB og Handelsbanken indgår. SEB's egenkapitalprocent krav er på 15,6% efter 3. kvartal 2015. SEB's årsregnskab for 2015 viste, at SEB næsten er overkapitaliseret med en solvensprocent på 18,8%. De svenske myndigheders egenkapitalprocent krav til Svenska Handelsbank er ved udgangen af 3. kvartal 2015 på 18,6%. Med en rapporteret egenkapitalprocent på 21,2% er Svenska Handelsbank ikke i nærheden af manglende opfyldelse ved nuværende lovgivning.

Jeg antager derfor, at deres gebyrer kommer til at ligge i den lave ende på 0,06%[10].

Jeg undersøger dog, hvor stor betydning valget af forsikringsrate har på modellen. Kigger på forsikringsrater mellem 0,05%-0,15% for at se, hvilken indflydelse det har på aktiekapital-værdien. Ved højere(lavere) forsikringsrate vil aktiekapitalen naturligvis blive lavere(højere), da der skal betales mere i forsikring. Det fremgår af figur 6.3 at aktiekapitalens værdi ændrer sig med op til $\pm 0.5\%$, når forsikringsraten ligger i intervallet 0,05%-0,15%. Her sammenlignes der med et



Figur 6.3: Sensitivitetstjek af forsikringsraten

scenarie, hvor forsikringsraten er 0,01%. Valget af forsikringsrate har altså ikke den store betydning for resultaterne.

Det skal dog bemærkes at der ikke længere betales forsikringsrate, men da min undersøgelse bygger på historisk data, medtager jeg forsikringsraten, da den blev betalt i den periode jeg undersøger.

6.1.6 Gæld

I værdiansættelsesmodellen indgår der tre typer af gæld: Forsikrede indskud, senior- og juniorgæld. I regnskabet er det ikke muligt at skelne mellem senior- og juniorgæld, derfor antages det at lang gæld er efterstillet-gæld/juniorgæld, og kort gæld er foranstillet-gæld/seniorgæld ligesom i artiklen [9]. Hovedstolene på de tre gældstyper hentes fra kvartalregnskaberne i perioden fra 1. kvartal 2005 til 3. kvartal 2015. I årsregnskaberne opdeles gældsposterne i 5 løbetider, under 3 måneder, mellem 3-12 måneder, mellem 1-5 år, over 5 år og udefineret. Jeg antager, at den korte gæld løber under et år, og den lange gæld løber over et år, og udefineret deler jeg ligeligt op mellem kort og lang gæld. De gennemsnitlige vægte for SEB's poster er angivet i tabel 6.2, og er baseret på noten "*Contractual maturities*" fra årsregnskaberne i perioden 2007-2014, da noten ikke var opgivet før 2007.

De gennemsnitlige vægte for Svenska Handelsbank er ligeledes angivet i tabel 6.3 og er baseret på

	Kort gæld	Lang gæld
Deposits by credit institutions	0,90	0,10
Liabilities to policyholders	0,67	0,33
Debt securities / issued securities	0,46	0,54
Financial liabilities at fair value	0,84	0,16
Other liabilities	0,76	0,24
Subordinated liabilities	0,00	1,00

Tabel 6.2: Vægtet gæld SEB

	Kort gæld	Lang gæld
Due to credit institutions	0,89	0,11
Issued securities	0,46	0,54
Other trading liabilities	0,46	0,54
Subordinated liabilities	0,00	1,00

Tabel 6.3: Vægtet gæld Svenska Handelsbank

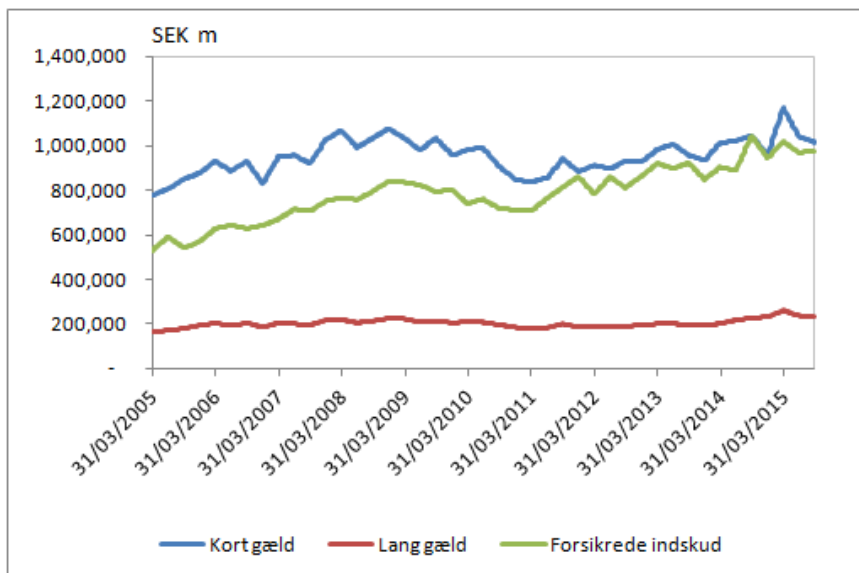
noten "*Maturity analysis for liabilities*" fra årsregnskabet i perioden 2008-2013. Har taget udgangspunkt i den periode, da løbetiderne var opgivet anderledes i 2014 årsregnskabet og i årsregnskaberne inden 2008.

Der findes kun data på kvartalsbasis, så laver lineær interpolation mellem de forskellige værdier for at få det på ugentlig basis. Her benyttes samme fremgangsmåde som i artiklen [9]. Definerer de tre gældstyper ved brug af vægtene. Gældsudviklingen for Svenska Handelsbank og SEB fremgår i figur 6.5 og figur 6.4.

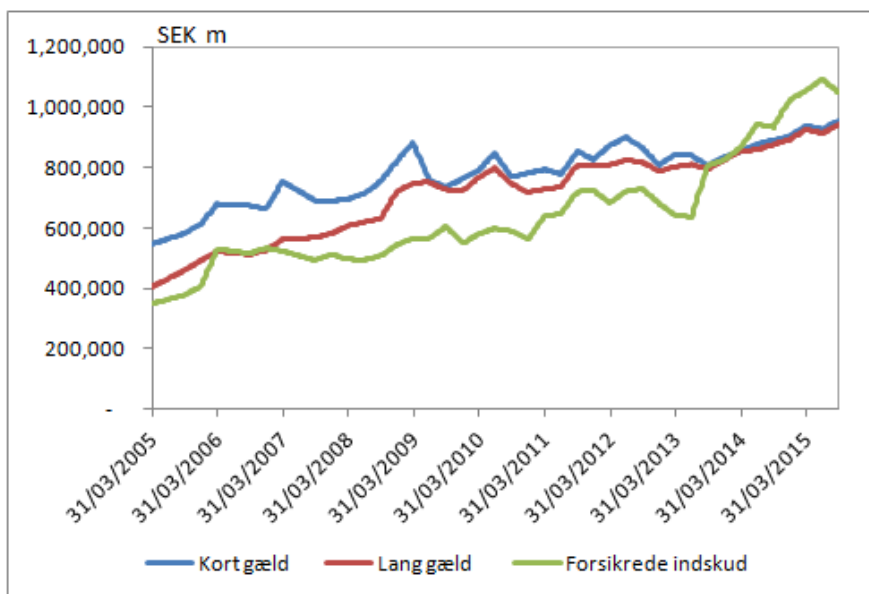
Der er usikkerhed forbundet med opdelingen af de tre gældstyper, fordi opdelingen ikke holder i praksis, da efterstillet gæld kan både have kort og lang løbetid. Desuden er data kvartalsvis, og der kan argumenteres for, at lineær interpolation ikke er den mest optimale.

6.1.7 Løbetid på gæld

Finder de gennemsnitlige løbetider for de tre forskellige typer gæld, defineret i afsnit 6.1.6. Benytter også samme note fra regnskaberne og tidsinterval som i afsnit 6.1.6. De forskellige gældstypers løbetid er opdelt i tre tidsintervaller: under 3 måneder, mellem 3-12 måneder, mellem 1-5 år, over 5 år og undefineret. De er alle angivet som det tidligste tidspunkt, gælden kan blive tilbagebetalt på. Benytter derfor de længste løbetider i hvert interval til at udregne de gennemsnitlige løbetider. For intervallet over 5 år benyttes 10 år, og den undefinerede løbetid har jeg antaget er 4 år, da det er den



Figur 6.4: SEB gæld



Figur 6.5: Svenska Handelsbank gæld

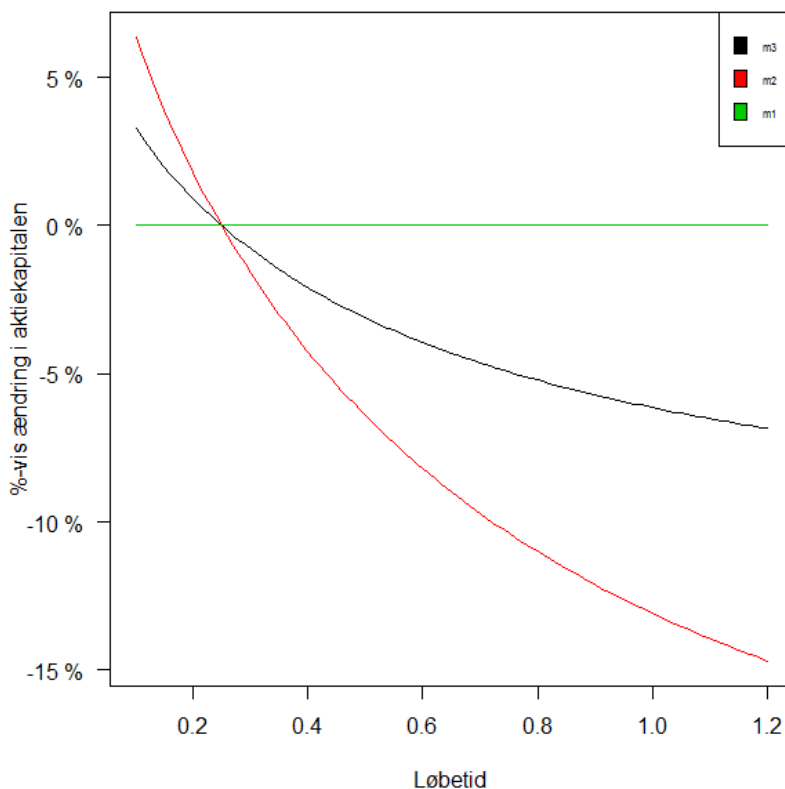
gennemsnitlige løbetid på de andre intervaller. De gennemsnitlige løbetider for kort gæld, lang gæld og forsikrede indskud for både Svenska Handelsbank og SEB er angivet i tabel 6.4.

Der er usikkerhed forbundet med de gennemsnitlige løbetider, da løbetiderne er baseret på, hvornår de tidligst kan indkræves, og den korte og lange gæld stemmer ikke overens med senior- og juniorgæld, da både senior og junior gæld sagtens kan indgå i både den korte og lange gæld.

I figur 6.6 er der taget udgangspunkt i løbetiderne fra basisscenariet, altså $m_1 = 1$, $m_2 =$

Svenska Handelsbanken			SEB			
Gns.	Kort gæld	Lang gæld	Indlån	Kort gæld	Lang gæld	Indlån
	0,20	2,83	2,25	0,20	2,94	1,50

Tabel 6.4: Gennemsnitlige løbetider på gæld



Figur 6.6: Sensitivitetstjek af m_1 , m_2 , m_3 på aktiekapitalen

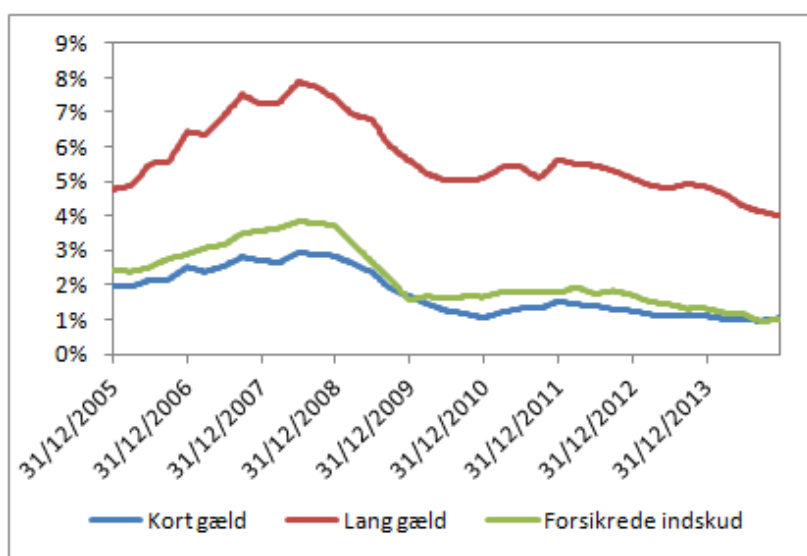
0,25, $m_3 = 0,25$. Sammenligner aktiekapitalen beregnet ud fra basisscenariet med aktiekapitalen beregnet med forskellige løbetider. Det fremgår af figur 6.6, at det forsikrede indskuds løbetid ikke påvirker aktiekapitalens værdi. Men både senior- og juniorgældens løbetid påvirker aktiekapitalens værdi, dog er påvirkningen begrænset især for længere løbetider. Så jeg forventer ikke at usikkerheder i de fundne løbetider, har nogen stor betydning for resultaterne.

6.1.8 Kupon

Inddeler kuponbetalingerne i forsikret indskud c_1 , kort/senior gæld c_2 og lang/junior gæld c_3 , ligesom ved de forskellige typer gæld, hvor kort gæld er under et år, og lang gæld er over et år.

Renteudgifterne er fundet i årsregnskabsnote "Net interest income". Der er lavet lineær interpolation mellem de forskellige renteudgifter for at få dem på ugentlig basis. Derefter er renterne udregnet ved at dividere renteudgifterne med gælden for de forskellige gældstyper. Renteudviklingen for SEB fremgår i figur 6.7. Som forventet har den lange gæld den højeste rente, men modsat forventet ligger renten på forsikrede indskud over den korte gælds rente. Alle renterne faldt markant efter finanskrisen brød ud.

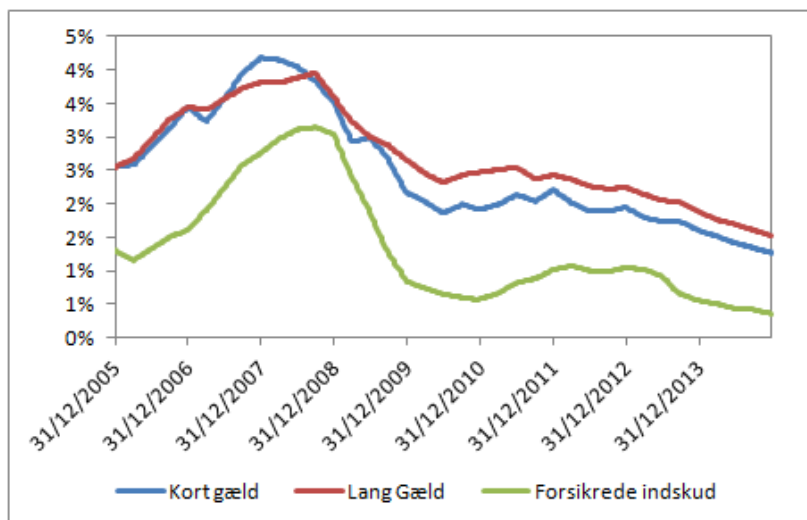
Også renten for Svenska Handelsbank, som fremgår i figur 6.8, er kraftigt faldende mellem 2008-2009, hvor finanskrisen brød ud. Her er renten på forsikrede indskud den laveste som forventet, da det er den rente, der er tættest på risikofri, eftersom største delen af indskuddene bliver dækket ved fallit.



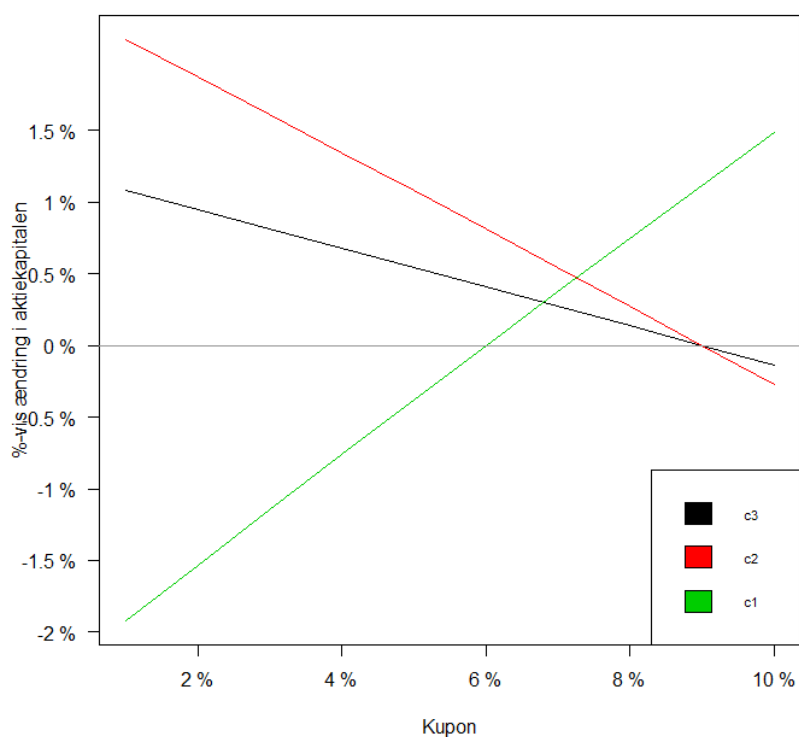
Figur 6.7: SEB's renteudvikling

Der er også usikkerhed forbundet ved kuponbetalingerne, da som beskrevet i afsnit 6.1.7 holder gælds opdelingen ikke i praksis. Desuden var det kun muligt at finde årlige renteudgifter. Undersøger derfor hvilken effekt, renterne har på aktiekapitalestimatet.

I figur 6.9 vises valget af kuponbetalingers indflydelse på aktiekapitalens værdi, der tages udgangspunkt i basisscenariet, hvor $c_1 = 6\%$, $c_2 = 9\%$, $c_3 = 9\%$. Det fremgår af figur 6.9, at kuponbetalingerne påvirker aktiekapitalen i forskellige grader, det skyldes, at gælden i basisscenariet har forskellige hovedstole. Altså afhænger kuponbetalingernes effekt af deres hovedstols størrelse, men påvirkninger virker begrænset, da de ligger mellem $\pm 2\%$, så forventer ikke at usikkerheden kommer til at have alt for stor betydning.



Figur 6.8: Svenska Handelsbank's renteudvikling



Figur 6.9: Sensitivitetstjek af c_1 , c_2 , c_3 på aktiekapitalen

6.1.9 CoCo-obligationer

Som kuponbetaling på CoCo-obligationerne c_4 , benyttes kupon betalingerne på de CoCo-udstedelser Svenska Handelsbank og SEB har. De har hver én CoCo-udstedelse, som begge fremgår af tabel

Navn	SEB	Svenska Handelsbank
Udstedelse	SEB 5,75% 49	SHBASS 5,25% 49
Rating (Moody's/SP/FITCH)	Ba1-/BBB	Baa2/BBB/BBB
Tabsabsorberings type	Midlertidig nedskrivning	Midlertidig nedskrivning
Valuta	USD	USD
Tier	Tier 1	Tier 1
Trigger	8,0%	8,0%
Udstedelses-dato	13-11-2014	25-02-2015
Næste kald-dato	01-03-2021	13-05-2020

Tabel 6.5: SEB og Svenska Handelsbanks CoCo-udstedelser

6.5. SEB's CoCo-obligation har en kupon på 5,75%, og Svenska Handelsbanks kupon er 5,25%. Jeg benytter derfor de to kuponbetalinger i modellen. Svenske Handelsbank meddeler, at det vil blive bankens eneste AT1-obligation, indtil refinansieringen skal finde sted. Kuponbetalingerne på CoCo-obligationerne kan variere afhængig af, hvornår de bliver udstedt. Hvis de bliver udstedt, når banken har en lav CET1, og/eller deres afstand til MDA er lav, vil kuponbetalingerne være høje, i forhold til ved en høj CET1, da de naturligvis vil være mere risikofyldte ved en lav CET1, og kuponbetalingernes størrelse afspejler, hvor risikofyldte obligationerne er.

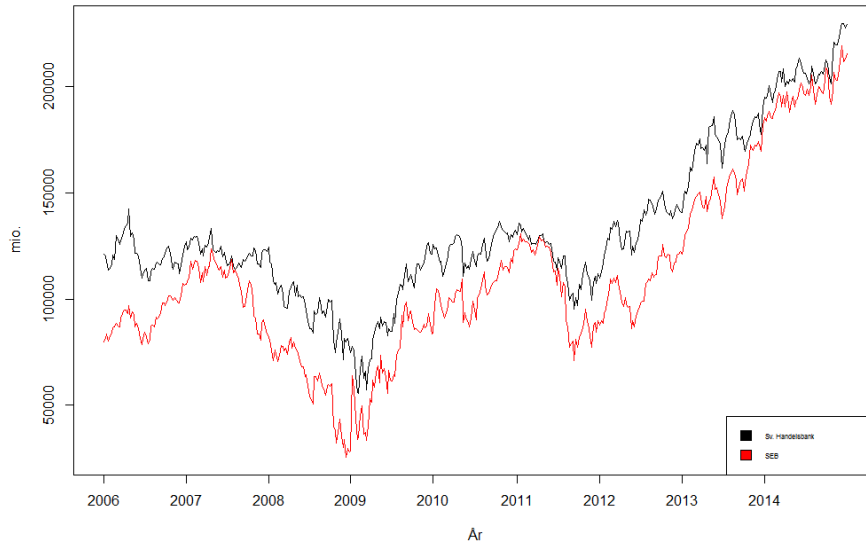
CoCo-obligationernes løbetid m_4 angives som forskellen mellem udstedelses-dato og næste kald-dato, som er den dato, hvor CoCo-obligationerne kan indfries før tid. SEB's CoCo-obligations løbetid er altså 5,5 år, og Svenska Handelsbanks løbetid er 6 år.

6.1.10 Markedsværdi på aktiekapital

Som aktiekapitalens markedsværdi benyttes *aktiekursen*udestående aktier*. De ugentlige aktiekurser hentes fra Bloomberg. Og antal udestående aktier hentes fra årsregnskabsrapporten, hvor de gennemsnitlige udestående aktier for det sidste år er opgivet (*Average number of outstanding shares*). SEB og Svenska Handelsbank's aktieværdis udvikling er vist i figur 6.10. Udviklingen viser, at aktieværdien faldt efter finanskrisen brød ud i 2008, og aktieværdierne havde endnu et dyk i 2012, men er efterfølgende steget frem til 2015.

6.2 Kalibrering af model

I dette afsnit kalibrerer jeg modellen til de udvalgte svenske banker SEB, og Svenska Handelsbank. Til kalibreringen benyttes data opgivet i afsnit 6.1. Da springparametrene er svære at observere, simplificeres modellen til kun at indeholde én type spring [9].



Figur 6.10: Markedsværdi på aktiekapital

6.2.1 Modellen med én type spring

Nu differentieres der ikke længere mellem markeds- og virksomheds-specifikke spring. Men der benyttes stadig samme fremgangsmåde som i afsnit 5.0.2. $X_t = \log(V_t)$ er derfor en hyper-eksponentiel springproces på følgende form

$$X_t = X_0 + \mu t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} Y_i \quad (6.1)$$

Springene N_t er en poissonproces med intensitet λ . Springene og springstørrelserne Y_i er uafhængige og identiske fordelte med følgende tæthed

$$f_Y(y) = \eta e^{\eta y} \mathbf{1}_{\{y < 0\}} \quad (6.2)$$

Da værdiansættelsesudtrykkene for de forskellige gælds typer og virksomhedensværdi indeholder forventede værdier, som alle er funktioner af aktivets værdi V_t og falltidspunktet τ_b , benyttes følgende generelle udtryk:

$$u_i(x) = \mathbb{E} \left[e^{-a\tau_b + \theta X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{F_i} \mid X_0 = x \right], \quad i = 0, 1, 2 \quad (6.3)$$

Løsningen til ligningssystemet findes på samme måde som i afsnit 5.0.2, og har følgende løsning:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 x} \\ e^{-\gamma_2 x} \end{bmatrix}}_{w(x)} = \underbrace{\begin{bmatrix} e^{-\theta b} & 0 \\ 0 & e^{\theta b} \frac{\eta}{\theta + \eta} e^{(\theta + \eta_f)y} \end{bmatrix}^{-1}}_{D^{-1}} \underbrace{\begin{bmatrix} e^{-\gamma_1 b} & e^{-\gamma_1 b} \frac{\eta}{\eta - \gamma_1} \\ e^{-\gamma_2 b} & e^{-\gamma_2 b} \frac{\eta}{\eta - \gamma_2} \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} u_0(x) \\ u_1(x) \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} u_0(x) \\ u_1(x) \end{bmatrix} = DM^{-1}w(x) \quad (6.4)$$

Det er nu muligt at finde de forventede værdier, der indgår i værdiansættelsesudtrykkene.

6.2.2 Driften

Driften findes under det risikoneutrale sandsynlighedsmål, som bruges ved kalibrering af parametrene med data fra bankerne. Som tidligere nævnt indeholder modellen nu kun én type spring og har følgende form 6.1:

$$X_t = X_0 + \mu t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} Y_i \quad (6.5)$$

Den risikoneutrale proces findes ved at antage, at den forventede tilbagediskonterede proces ($e^{-rt}V_t$) er en martingal, og processen har den samme volatilitet og spring-egenskaber som under det faktiske sandsynlighedsmål. For nemheds skyld antages der ikke at være dividende betaling ($\delta = 0$), da fremgangsmåden er den samme.

$$\begin{aligned} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-rt}V_t | \mathcal{F}_u] &= e^{-rt}V_u \\ \Rightarrow \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-r(t-u)} \frac{V_t}{V_u} | \mathcal{F}_u] &= 1 \\ \Rightarrow \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-r(t-u)} e^{X_t - X_u} | \mathcal{F}_u] &= 1 \end{aligned} \quad (6.6)$$

hvor $t \geq u$

Finder $X_t - X_u$ ved at indsætte 6.5

$$\begin{aligned} X_t - X_u &= (X_0 + \tilde{\mu}t + \sigma W_t + \sum_{i=1}^{N_t} Y_i) - (X_0 + \tilde{\mu}u + \sigma W_u + \sum_{i=1}^{N_u} Y_i) \\ &= \tilde{\mu}(t - u) + \sigma(W_t - W_u) + \left(\sum_{i=1}^{N_t} Y_i - \sum_{i=1}^{N_u} Y_i \right) \end{aligned} \quad (6.7)$$

hvor $\tilde{\mu}$ er driften under det risikoneutrale sandsynlighedsmål

Indsætter ligning 6.7 i ligning 6.6

$$\begin{aligned} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r(t-u)} \exp \left(\left(\tilde{\mu} - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) (t-u) + \sigma (W_t - W_u) + \left(\sum_{i=1}^{N_t} Y_i - \sum_{i=1}^{N_u} Y_i \right) \right) \middle| \mathcal{F}_u \right] &= 1 \\ \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r(t-u)} e^{(\tilde{\mu} - \frac{1}{2} \sigma^2)(t-u)} e^{\sigma(W_t - W_u)} e^{\left(\sum_{i=1}^{N_t} Y_i - \sum_{i=1}^{N_u} Y_i \right)} \middle| \mathcal{F}_u \right] &= 1 \end{aligned} \quad (6.8)$$

Fordi $u \leq t$ og $W_t - W_u$ samt N_t og N_u er uafhængige af informationsmængden \mathcal{F} , har informationen op til tid u ingen betydning og fjernes. Ledende er uafhængige og udtrykket kan skrives på følgende form:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-r(t-u)}] \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{(\tilde{\mu} - \frac{1}{2}\sigma^2)(t-u)}] \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{\sigma(W_t - W_u)}] \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{(\sum_{i=1}^{N_t} Y_i - \sum_{i=1}^{N_u} Y_i)}] &= 1 \\ e^{-r(t-u)} e^{(\tilde{\mu} - \frac{1}{2}\sigma^2)(t-u)} e^{\frac{1}{2}\sigma^2(t-u)} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{(\sum_{i=N_u+1}^{N_t} Y_i)}] &= 1 \quad (6.9) \\ e^{-r(t-u)} e^{\tilde{\mu}(t-u)} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{(\sum_{i=N_u+1}^{N_t} Y_i)}] &= 1 \end{aligned}$$

Det sidste led kan omskrives yderligere, her benyttes antagelsen om, at Y_i er uafhængige og identiske fordelt

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[e^{\sum_{i=N_u+1}^{N_t} Y_i}] &= \sum_{j=0}^{\infty} \mathbb{E}[e^{\sum_{i=1}^j Y_i}] P(N_t - N_u = j) \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} \mathbb{E}[e^{Y_1} \cdot e^{Y_2} \cdot e^{Y_j}] P(N_t - N_u = j) \quad (6.10) \\ &= \sum_{j=0}^{\infty} (\mathbb{E}[e^{Y_1}])^j P(N_t - N_u = j) \end{aligned}$$

$N_t - N_u$ har en Poissonfordeling med parameter $\lambda(t - u)$ så gælder:

$$P(N_t - N_u = j) = e^{-\lambda(t-u)} \frac{(\lambda(t-u))^j}{j!} \quad (6.11)$$

Og $\mathbb{E}[e^{Y_1}]$ kan omskrives til:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[e^{Y_1}] &= \int_{-\infty}^{\infty} e^y f_Y(y) dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^y \cdot \eta e^{y\eta} \mathbf{1}_{\{y < 0\}} dy \\ &= \int_{-\infty}^0 \eta e^{y(\eta+1)} dy \quad (6.12) \\ &= \left[\frac{\eta e^{y(\eta+1)}}{\eta + 1} \right]_{-\infty}^0 \\ &= \frac{\eta}{\eta + 1} \end{aligned}$$

Indsætter 6.11 og 6.12 i udtryk 6.10:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[e^{\sum_{N_u+1}^{N_t} Y_i}] &= \sum_{j=0}^{\infty} \left(\frac{\eta}{\eta+1}\right)^j e^{-\lambda(t-u)} \frac{(\lambda(t-u))^j}{j!} \\
&= e^{-\lambda(t-u)} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(\lambda(t-u)\left(\frac{\eta}{\eta+1}\right))^j}{j!}
\end{aligned} \tag{6.13}$$

Benytter at der for eksponentielle potensrækker gælder at $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[e^{\sum_{N_u+1}^{N_t} Y_i}] &= \exp(-\lambda(t-u)) \exp\left(\lambda(t-u)\left(\frac{\eta}{\eta+1}\right)\right) \\
&= \exp\left(\left(\frac{\eta}{\eta+1} - 1\right)\lambda(t-u)\right)
\end{aligned} \tag{6.14}$$

Indsætter (6.14) i (6.9):

$$\begin{aligned}
\exp(-r(t-u)) \exp(\tilde{\mu}(t-u)) \exp\left(\left(\frac{\eta}{\eta+1} - 1\right)\lambda(t-u)\right) &= 1 \\
\exp\left(-r(t-u) + \tilde{\mu}(t-u) + \left(\frac{\eta}{\eta+1} - 1\right)\lambda(t-u)\right) &= 1 \\
-r(t-u) + \tilde{\mu}(t-u) + \left(\frac{\eta}{\eta+1} - 1\right)\lambda(t-u) &= 0 \\
-r + \tilde{\mu} + \left(\frac{\eta}{\eta+1} - 1\right)\lambda &= 0 \\
r - \left(\frac{\eta}{\eta+1} - 1\right)\lambda &= \tilde{\mu}
\end{aligned} \tag{6.15}$$

Har nu et udtryk for driften, som benyttes til at kalibrere modellen.

6.3 Kalibrering af parametre

I dette afsnit kalibreres volatiliteten σ , driften μ , springraten λ og springstørrelsen η for SEB og Svenska Handelsbanks data. Her benyttes ugentlig data hentet fra Bloomberg og bankernes regnskab, data er beskrevet i afsnit 6.1.

Først findes udtrykket for markedsværdien af bankernes aktiver, her inverteres ligning 4.18:

$$\begin{aligned}
E^{PC}(V) &= F^{PC}(V) - B_1(V) - B_2(V) - B_3(V) \\
&= V + \left[(c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3) \frac{\kappa}{r} - P_1 \frac{\varphi}{r} \right] \left(1 - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-r\tau_b}] \right) \\
&\quad + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{r\tau_b} (P_1 - \alpha V_{\tau_b}) \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \leq P_1\}} \right] - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} (1 - \alpha) V_{\tau_b} \right] \\
&\quad - B_1(V) - B_2(V) - B_3(V) \tag{6.16} \\
\Rightarrow V &= E(V) - \left[(c_1 P_1 + c_2 P_2 + c_3 P_3) \frac{\kappa}{r} - P_1 \frac{\varphi}{r} \right] \left(1 - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{-r\tau_b}] \right) \\
&\quad - \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{r\tau_b} (P_1 - \alpha V_{\tau_b}) \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \leq P_1\}} \right] + \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-r\tau_b} (1 - \alpha) V_{\tau_b} \right] \\
&\quad + B_1(V) + B_2(V) + B_3(V)
\end{aligned}$$

Der benyttes følgende fremgangsmåde til at kalibrere modellens parametre:

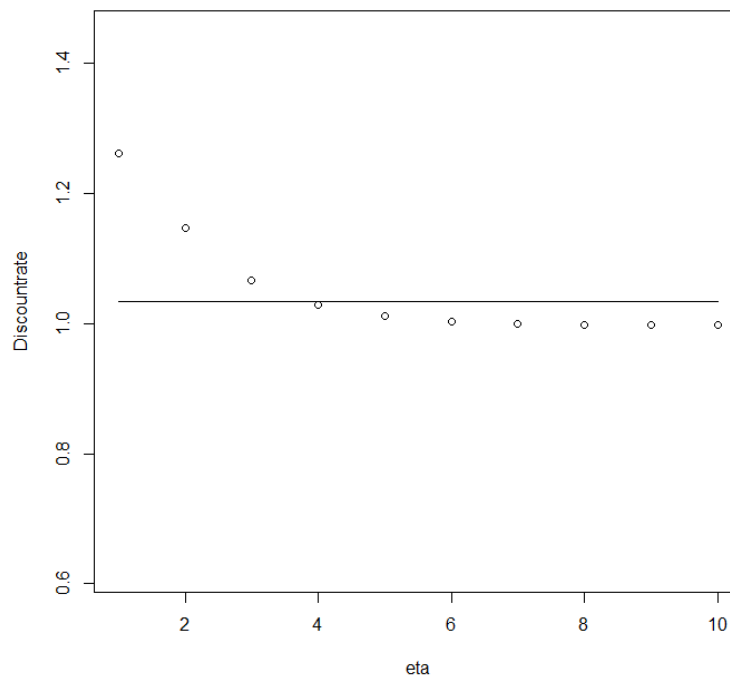
- I Der vælges initial værdier for volatiliteten σ , driften μ , springraten λ og springstørrelsen η
- II Ud fra de valgte initialværdier beregnes fallitbarrierens niveau V_b , fremgangsmåden er beskrevet i afsnit 5.1 hvor ligning 5.2 benyttes til numerisk at beregne den optimale fallitbarriere.
- III Markedsværdien af bankens aktiver kan nu beregnes, ud fra ligning 6.16, fallitbarrieren V_b og bankernes data. Dette gøres ved at iterativt at ændre V , indtil den matcher den beregnede værdi.
- IV Volatiliteten kalibreres ved først at beregne den annualiserede standardafvigelse af log afkastet på bankens aktivers markedsværdi, og ud fra den beregne driften som beskrevet i afsnit 6.2.2, hvor ligning [6.15] bruges.
- V Beregner igen værdier for bankens aktiver(V), hvor den beregnede annualiserede standard afvigelse og drift bruges. Her efter beregnes igen en ny annualiseret standard afvigelse og drift. Dette gøres iterativt indtil den beregnede volatilitet konvergerer.
- VI Når λ beregnes antager jeg at der forekommer et spring når afkastet er $\log \frac{V_0(t)}{V_0(t-1)} > 3 * \sigma$. Finder på den måde hvor mange antal spring der forekommer og omregner det til årlig basis.
- VII Trin V gentages for forskellige sæt af springstørrelser η . Her har jeg benyttet heltal fra 1-10.

Jeg kan nu finde det sæt af (μ, σ, η) , der fitter markedsdata bedst. Dette gøres ved at sammenligne gælden beregnet i modellen med markedsgælden. Som sammenligningsgrundlag benyttes gennemsnitlig discountrate. Discountraten er forholdet mellem markedsprisen og hovedstolen på gælden, og kan opskrives som:

$$P = \frac{k}{100} * H \Leftrightarrow \frac{P}{H} = \frac{k}{100} \quad (6.17)$$

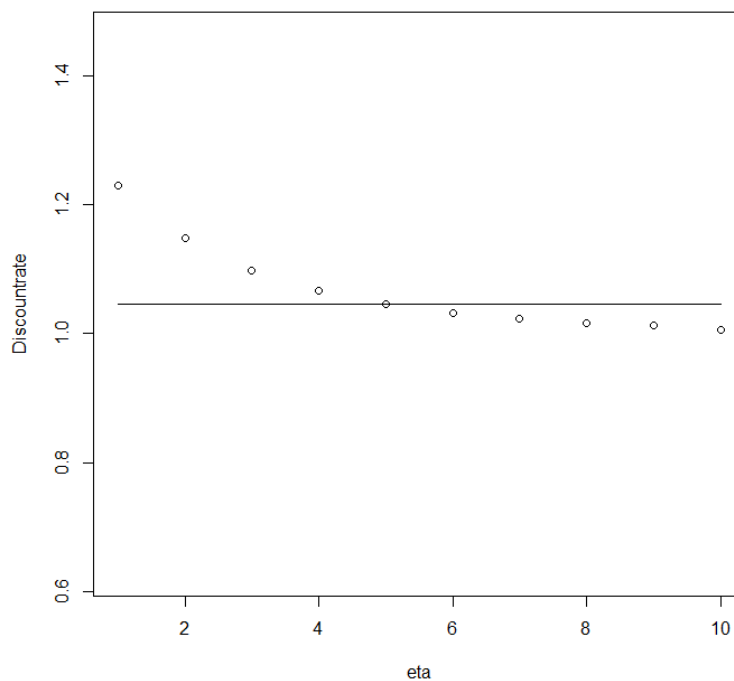
Modellens gennemsnitlige discontrate findes derfor ved at udregne markedsværdierne (B_1 , B_2 og B_3) for de forskellige sæt af $(\mu, \sigma, \lambda, \eta)$, og dividere de fundne værdier med gældens hovedstole (P_1 , P_2 og P_3) fra bankernes regnskab. Gennemsnittet af de fundne værdier er discontraten.

Markedsgældens gennemsnitlige discontrate findes ved at tage gennemsnittet af bankens obligations markedspriser, som er hentet fra Bloomberg, og dividere markedspriserne med 100. Bankernes obligations markedspriser er som sagt hentet fra Bloomberg, hvor jeg har hentet priserne på efterstillede og senior obligationer, alle i USD. SEB's discontrate er 1,0459 og Svenske handelsbanks er 1.03421.



Figur 6.11: Discontraterne for Svenske handelsbank. Den rette linje er discontraten i markedet og cirklerne er discontraterne i modellen

De forskellige discontrater sammenlignes for at finde den optimale værdi af springstørrelsen η . I figur 6.12 og 6.11 sammenlignes discontraten i marked, med de modelberegnete discontrater for forskellige springstørrelser mellem 1-10. Jeg benytter den værdi af η , hvor den model baserede discontrate er lig markeds discontraten. SEB's optimale sæt af parametre er derfor $(\eta, \gamma, \sigma, \mu) = (5, 0.222, 0.036, 0.05969)$ og Svenske Handelsbanks er $(\eta, \gamma, \sigma, \mu) = (4, 0.556, 0.0278, 0.13376)$. Disse parametre kan nu benyttes til de yderligere beregninger.



Figur 6.12: Discountraterne for SEB. Den rette linje er discountraten i markedet og cirklerne er discountraterne i modellen

6.4 Beregning af parametre

De kalibrerede parametre fundet i afsnit 6.3 benyttes til at finde CoCo-obligationens effekt på de to udvalgte svenske banker SEB og Svenska Handelsbank.

Jeg erstatter 50% af den efterstillede/juniorgæld med CoCo-obligationer. Følgende fremgangsmåde benyttes:

- I Beregner en ny hovedstol på den efterstillede gæld, ved at bruge det inverse udtryk af 4.14 og indsætte markedsværdien mindsket med 50% ($B_3 * 50\%$).
- II Vælger andelen af aktier CoCo-investoren modtager efter konvertering $\frac{\Delta P_4}{1 + \Delta P_4}$, andelen vælges så raten enten er 50% eller 75%, også kaldet udvandingsforholdet. Δ kan derfor findes på følgende måde, hvor udvandingsforholdet er 50%:

$$\frac{\Delta P_4}{1 + \Delta P_4} = 50\% \Leftrightarrow \Delta = \frac{-50\%}{50\% * P_4 - P_4}$$

Benytter præcis samme fremgangsmåde når udvandingsforholdet er 75%.

- III Sætter konverteringsniveauet (V_c), så hvis konvertering finder sted præcis hvor $V_c = V_t$, vil markedsværdien af aktiekapitalen CoCo-investoren modtager være lig hovedstolen på

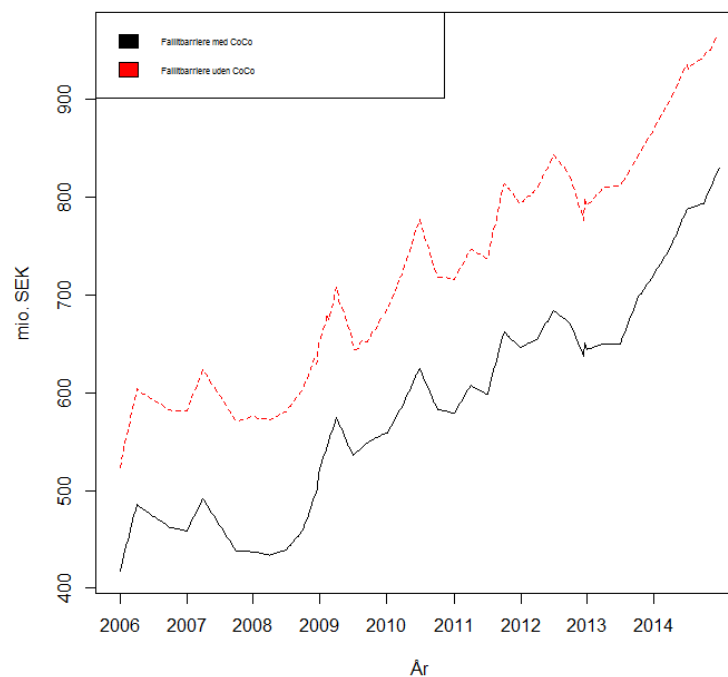
CoCo-obligationen P_4 :

$$\frac{P_4}{E^{PC}(V_c) + P_4} = d \Leftrightarrow E^{PC}(V_c) = \frac{P_4}{d} - P_4$$

Finder altså det konverteringsniveau (V_c), som får ovenstående udtryk til at være opfyldt. Dette gøres ved iterativt at ændre V_c indtil $E^{PC}(V_c) = \frac{P_4}{d} - P_4$ er opfyldt.

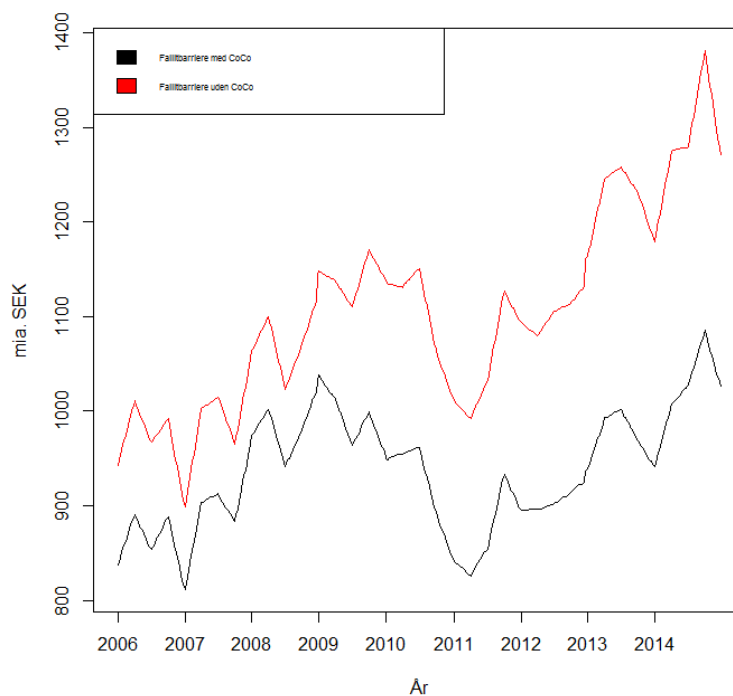
IV Beregner hovedstolen på CoCo-obligationen, hvor markedsværdien sættes til 50% af den efterstillede gælds hovedstol ($B_3 * 50\%$). Her benyttes formlen for markedsværdien af CoCo-obligationer 4.16, ovenstående Δ og V_c .

Ved at erstatte 50% af den efterstillede gæld med CoCo-obligationer falder fallitbarrieren, dette fremgår i figur 6.13 og 6.16. Samme tendens viste sig i "basisscenariet" afsnit 5.2, hvor én enhed efterstillet gæld blev erstattet af én enhed CoCo-obligation. Dette har altså en positiv effekt på bankernes kapitalstruktur, da fallitomkostningerne falder og gældens værdi stiger.



Figur 6.13: Svenska Handelsbanks optimale fallitbarriere med og uden CoCo-obligationer

Når CoCo-obligationer indgår i kapitalstrukturen sætter jeg konverteringsniveauet, så de oprindelige aktionærer udvandes med henholdsvis 50% og 75%. Da udvandings procenten sættes konstant, ændrer konverteringsniveauet over tid. Jeg undersøger nu om SEB og/eller Svenska Handelsbanks CoCo-obligationer var blevet triggeret ved de to forskellige konverteringsniveauer. Triggeren bliver



Figur 6.14: SEB optimale fallitbarriere med og uden CoCo-obligationer

aktiveret hvis bankens aktiver ryger under det beregnede trigger-niveau.

Svenska Handels Banks trigger-niveauer og aktivers markedsværdi fremgår i figur 6.15. Det ses, at hvis Svenska Handelsbank kapitalstruktur indeholdte CoCo-obligationer under sidste finanskriser, vil de hverken have været blevet triggeret ved en udvanding på 50% eller en udvanding på 75% af de oprindelige aktionærer. Markedsværdien af aktiverne er dog tæt på at ramme konverteringsniveauet med en udvanding på 50% i starten af 2009 og igen i slutningen af 2011.

I figur 6.16 fremgår det, at hvis SEB havde udstedt en CoCo-obligation under sidste finanskriser, vil den have været blevet triggeret i starten af 2009 ved 50% udvanding af de oprindelige aktionærer. Men ved en udvanding på 75% af de oprindelige aktionærer, vil CoCo-obligationen ikke have været triggeret, da bankens aktiver ikke ryger under trigger-niveauet.

Det er altså som forventet SEB der led hårdeste under den seneste finanskriser, og derfor kun SEB's CoCo-obligationer der vil have været blevet triggeret. Så hvis SEB havde konverterede CoCo-obligationer under seneste finanskriser, kunne de have givet banken et kapital boost. Desuden fremgår det at begge banker led mest i starten af 2009, da det er samme tidspunkt SEB's CoCo-obligationer bliver triggeret og Svenske Handelsbanks markedsværdi af aktiverne er tæt på konverterings niveauet. Det stemmer overens med forventningerne, da det var i efteråret 2008



Figur 6.15: Svenska Handelsbanks konverteringsniveau og aktivers markedsværdi



Figur 6.16: SEB konverteringsniveau og aktivers markedsværdi

finanskrisen for alvor brød ud efter sammenbruddet med Lehman Brothers, som både Svenske Handelsbank og SEB var eksponeret mod.

Kapitel 7

Diskussion

Modeller forsøger at modellere virkeligheden, men det er umuligt at modellere en identisk et til et forhold af virkeligheden. Det gælder derfor, om at gøre modellen så virkelighedsnær som muligt, samtidig med at omfanget er begrænset, så modellen ikke bliver for kompleks. Det gælder altså om at finde et trade off mellem kompleksitet og begrænsninger, så modellen ikke bliver for kompleks samtidig med den ikke må miste troværdigheden.

Der ligger ligeledes antagelser og forudsætninger til grund for den benyttede model. Jeg gennemgår derfor nogle af de overvejelser og antagelser, jeg har gjort undervejs i afhandlingen.

Da jeg tilpassede modellen til de to udvalgte banker Svenske Handelsbank og SEB, simplificerede jeg modellen til kun at indeholde én type spring. Det skyldes, at det ikke er muligt at adskille markedsspecifikke og virksomhedsspecifikke spring i praksis, altså var det ikke muligt at lave den opdeling under kalibreringen, hvor de to bankers empiriske data benyttedes.

I den benyttede model bliver CoCo-obligationen triggeret på baggrund af aktivernes værdi. Men det er ikke tilfældet i praksis, hvor CoCo-obligationen bliver triggeret på baggrund af regnskabsværdier, mere specifikt CET1-procenten. Det skyldes de reguleringskrav, der ligger bag størstedelen af CoCo-udstedelserne. Det er svært at opbygge en model på baggrund af regnskabsdata, da det kun er muligt at observere data kvartalsvis og ikke kontinuerligt ligesom markeddata.

Kapitalstrukturen i modellen er forsimplet, da den kun består af tre typer gæld: forsikrede indskud, CoCo, junior- og seniorgæld. I praksis kan de forskellige gælds typer variere på mange forskellige måder. Der er f.eks. mange forskellige nuancer af efterstillet/junior-gæld. Men man er nødsaget til at lave denne begrænsning, da modellen ellers vil blive alt for kompleks. Jeg havde i forvejen problemer med at lave opdelingen af de forskellige gældstyper ud fra regnskabsdata ved kalibreringen af

modellen til de to udvalgte svenske banker.

Det er næsten umuligt at modellere subjektive "skøn" på virksomheden. Største delen af CoCo-udstedelserne indeholder både MDA og PONV, altså kan tilsynsmyndighederne gennemtvunge konverteringen, selvom trigger niveauet ikke er ramt og tvinge kuponfravigelse. Dette er altså et mere subjektivt mål, som næsten er umuligt at forudsige og derfor svært at modellere.

I det nuværende CoCo-marked er der mange CoCo-udstedelser, der indeholder midlertidig nedskrivning af hovedstolen, dette tager den benyttede model ikke højde for. Modellen tager heller ikke højde for tilfældet, hvor banken forpligtes til at udstede nye CoCo-obligationer, så snart de gamle er blevet triggeret. Begge scenarier kunne være interessante at undersøge nærmere, formentlig vil de have en positiv indvirkning på kapitalstrukturen. Dog kunne man forstille sig, at scenariet, hvor nye CoCo-obligationer skal udstedes efter konvertering, vil være dyrt for banken i praksis i form af høje kupon betalinger, da de ikke vil være så attraktive, og CoCo-investorerne skal kompenseres for den risiko de tager.

Desuden kunne det også være spændende at undersøge, hvilken indflydelse CoCo-obligationer har på ikke-finansielle virksomheders kapitalstruktur. Denne afhandling ser kun på CoCo-obligationens indflydelse på bankers kapitalstruktur. Men det kunne være interessant at undersøge, om der var incitament for ikke finansielle virksomheder til at udstede CoCo-obligationer, eller om det vil være en for dyr gæld, grundet de relativt høje kuponbetalinger.

Kapitel 8

Konklusion

I denne afhandling har jeg beskrevet, hvordan CoCo-obligationer er opbygget, og de reguleringskrav der ligger bag deres struktur. Derudover har jeg opstillet en model, der beskriver kapitalstrukturen i en bank med CoCo-obligationer. Modellen værdiansætter bankens kapitalstruktur, aktiverens værdi og egenkapitalens værdi. Springdiffusions-modellens fokusområde er at kombinere den endogene fallitbarriere og de to typer spring, så CoCo-obligationens effekt kan analyseres. Den opstillede model tager udgangspunkt i artiklen *Chen et al - Cocos, bail-in, and tail risk* [9]. Modellen er herefter implementeret i R for at undersøge, hvilken effekt CoCo-obligationer har på bankens kapitalstruktur.

CoCo-obligationen har en meget kompleks struktur. Der kan udstedes mange forskellige typer af CoCo-obligationer med forskellige features i form af tabsabsorberende mekanismer og triggerniveauer. De nye Basel III reguleringskrav indeholder ændringer til den kapital, bankerne skal have i form af tabsabsorbering, både af hovedstol og kuponbetalinger. CoCo-obligationerne opfylder disse krav for Tier 1 kapital. Derfor er CoCo-markedet eksploderet over seneste par år.

Jeg har undersøgt forskellige scenarier for at komme så tæt på det nuværende CoCo-marked som muligt, hvor reguleringskrav spiller en stor rolle. Som udgangspunkt har jeg valgt at erstatte en andel af den efterstillet-gæld med CoCo-obligationer, da det scenarie ses i praksis, hvor kravene til tabsabsorberende kapital er stigende. Jeg undersøger følgende scenariers indvirkning på kapitalstrukturen:

- CoCo-obligationer, hvor hovedstolen nedskrives permanent ved konvertering
- CoCo-obligationer, hvor hovedstolen konverteres til aktiekapital

CoCo-obligationerne med permanent nedskrivning har den største positive indvirkning tæt på konvertering, og CoCo-obligationer med konvertering til aktiekapital har den største positive indvirkning

når aktiv værdierne er høje. CoCo-obligationer med permanent nedskrivning er alt andet lige mere risikofyldte end dem med konvertering til aktiekapital, da CoCo-investoren risikerer at miste hele hovedstolen, derfor kompenseres de ofte med højere kupon betalinger, hvilket har en negativ indvirkning på aktiekapitalen.

I den empiriske analyse har jeg valgt at undersøge CoCo-obligationernes indflydelse på to svenske banker SEB og Svenska Handelsbank, da de to banker er opbygget ens på overfladen, men SEB blev ramt hårdere af finanskrisen, på grund af dens eksponering overfor Baltikum-landene. Input til modellen har derfor bestået af de to bankers regnskabsdata og markedsdata fra Bloomberg, hvor jeg har undersøgt, hvor stor en effekt valget af data har på modellen. Undersøgelsen viser, at kun SEB's CoCo-obligationerne vil have blevet triggeret under den seneste finanskrisen ved en udvanding af de oprindelige aktionærer på 50%. Konverteringen vil have fundet sted i starten af 2009, og CoCo-obligationerne er tæt på at blive triggeret igen i slutningen af 2011. Det er næsten i de samme perioder Svenska Handelsbanks markedsværdi af aktiverne kommer tæt på konverteringsniveauet.

CoCo-obligationer kan opbygges på mange forskellige måder med forskellige features, som har forskellig indflydelse på bankens kapitalstruktur. De løbende resultater, jeg har fundet igennem afhandlingerne, har generelt vist, at CoCo-obligationerne har en positiv indvirkning på en banks kapitalstruktur, i form af mindskede gældsforpligtelser i pressede økonomiske situationer og mindskede fallitombkostninger. Der er dog stadig en række usikkerheder forbundet ved CoCo-obligationer, da det ikke med sikkerhed vides, hvordan markedet vil reagere i pressede situationer. Altså om der overhovedet vil være interesserede CoCo-investorer i disse situationer.

Litteratur

- [1] Sifi-krav. <http://www.evm.dk/arbejdsomraader/det-finansielle-omraade/finansiel-stabilitet/sifikrav>.
- [2] Bloomberg. Deutsche bank coco holders get lesson in risk. <https://newsletters.briefs.bloomberg.com/document/2lz1lvvm40bzred6bp/front-1>.
- [3] Christoffer. Expected shortfall and lévy processes. http://studenttheses.cbs.dk/bitstream/handle/10417/4116/christoffer_t_m_b_christiansen.pdf?sequence=1.
- [4] P. Fink. Cocos generelt. <http://www.finansanalytiker.dk/da-DK/Aktiviteter/Tidligere-m%C3%B8der.aspx?mode=detail&RowId=CalendarEventID%3d1196&ViewPID=181>.
- [5] M. J. Flannery. Contingent capital instruments for large financial institutions - a review of the literature. pages 1–24, 2013.
- [6] Leland. The smooth-pasting condition, the leland model. pages 1–4.
- [7] Moody's. Corporate default and recovery rates, 1920-20105. <http://efinance.org.cn/cn/FEben/Corporate%20Default%20and%20Recovery%20Rates,1920-2010.pdf>.
- [8] Moody's. Coco issuance trails 2014 pace amid challenging market conditions. pages 1–16, 2015.
- [9] P. G. Nan Chen and B. Nouri. Cocos, bail in, and tail risk. pages 1–56, 2012.
- [10] S. national debt office. Beräkningsmetod. <https://www.riksgalden.se/sv/Insattningsgarantin/For-an slutna-institut/Avgifter-till-insattningsgarantin/Berakningsmetod>.

- [11] Nationalbanken. Finansielt stabilt rapport 2015. http://www.nationalbanken.dk/da/publikationer/Documents/2015/12/Finansielt_stabilt_2015_2.pdf.
- [12] K. Sigman. Notes on brownian motion. <http://www.ms.uky.edu/~mai/sta709/BMI.pdf>.
- [13] Skatteministeriet. Selskabsskattesatser i eu-landene 1995-2015. <http://www.skm.dk/skattetal/statistik/generel-skattestatistik/selskabsskattesatser-i-eu-landene-1995-2015>.
- [14] A. K. Stefan Avdjiev and B. Bogdanova. Coco: Primer. pages 43–55, 2013.

Bilag A

Bilag

TREDJE LED

Der er på tre forskellige tilfælde for indikator funktionen:

Tilfælde I: $\alpha V_b < P_1$

Tilfælde II: $P_1 \leq \alpha V_b < P_1 + P_2$

Tilfælde III: $P_1 + P_2 \leq \alpha V_b$

Tilfælde I

Når $\alpha V_b < P_1$ så er også $\alpha V_{\tau_b} < P_1$ (idet der per definition gælder at $V_{\tau_b} \leq V_b$) og derfor gælder også $\alpha V_{\tau_b} < P_1 \leq P_1 + P_2$. Dermed kan udtrykket omskrives til:

$$\begin{aligned} & \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \left(P_2 \left(\left(1 - \frac{c_2}{r} \right) \cdot \frac{m_2}{m_2+r} + \frac{c_2}{r} \right) \cdot \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - e^{-(m_2+r)\tau_b} \right] \right. \right. \\ & \left. \left. + P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{P_1 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2\}} \frac{\alpha + V_{\tau_b} - P_1}{P_2} + \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1 + P_2\}} \right) \right] \right) \right] \\ & = \left(\underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \right]}_{a=r+m_4} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \right] \right]}_{a=r+m_4, d=r+m_4} \right) \cdot P_2 \left(\left(1 - \frac{c_2}{r} \right) \cdot \frac{m_2}{m_2+r} + \frac{c_2}{r} \right) + 0 \end{aligned} \tag{A.1}$$

Tilfælde II

Når $P_1 \leq \alpha V_b < P_1 + P_2$ så er også $\alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2$ (idet der per definition gælder at $V_{\tau_b} \leq V_b$). Dermed kan udtrykket omskrives til:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \left(P_2 \left(\left(1 - \frac{c_2}{r}\right) \cdot \frac{m_2}{m_2+r} + \frac{c_2}{r} \right) \cdot \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - e^{-(m_2+r)\tau_b} \right] \right. \right. \\
& \left. \left. + P_2 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{P_1 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1+P_2\}} \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1}{P_2} + \mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1+P_2\}} \right) \right] \right) \right] \\
&= \left(\underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \right]}_{a=r+m_4} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \right] \right]}_{a=r+m_4, d=r+m_4} \right) \cdot P_2 \left(\left(1 - \frac{c_2}{r}\right) \cdot \frac{m_2}{m_2+r} + \frac{c_2}{r} \right) \\
&\quad - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b + X_{\tau_b}} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1}{\alpha})\}} \right) \right] \right]}_{a=r+m_4, d=r+m_4, \theta=1, y=\log(\frac{P_1}{\alpha V_b^*})} \alpha \\
&\quad + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1}{\alpha})\}} \right) \right] \right]}_{a=r+m_4, d=r+m_4, y=\log(\frac{P_1}{\alpha V_b^*})} P_1 \\
&\quad + \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b + X_{\tau_b}} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} \right) \right] \right]}_{a=r+m_4, d=r+m_4, \theta=1, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} \alpha \\
&\quad - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_2+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} \right) \right] \right]}_{a=r+m_4, d=r+m_4, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})} P_1
\end{aligned} \tag{A.2}$$

FJERDE LED

Der er tre forskellige tilfælde for indikator funktionen:

Tilfælde I: $\alpha V_b < P_1 + P_2$

Tilfælde II: $P_1 + P_2 \leq \alpha V_b < P_1 + P_2 + P_3$

Tilfælde III: $P_1 + P_2 + P_3 \leq \alpha V_b$

Tilfælde I

Når $\alpha V_b < P_1 + P_2$ så er også $\alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2$ (idet der per definition gælder at $V_{\tau_b} \leq V_b$) og derfor gælder også $\alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2 \leq P_1 + P_2 + P_3$. Dermed kan udtrykket omskrives til:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \left(P_3 \left[\left(1 - \frac{c_3}{r} \right) \cdot \frac{m_3}{m_3+r} + \frac{c_3}{r} \right] \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - e^{-(m_3+r)\tau_b} \right] \right. \right. \\
& \left. \left. + P_3 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1+P_2+P_3\}} + \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1 - P_2}{P_3} \mathbf{1}_{\{P_1+P_2 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1+P_2+P_3\}} \right) \right] \right) \right] \quad (\text{A.3}) \\
& = \left(\underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \right]}_{d=m_4+r} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \right] \right]}_{d=m_4+r, a=m_3+r} \right) P_3 \left[\left(1 - \frac{c_3}{r} \right) \cdot \frac{m_3}{m_3+r} + \frac{c_3}{r} \right]
\end{aligned}$$

Tilfælde II

Når $P_1 + P_2 \leq \alpha V_b < P_1 + P_2 + P_3$ så er også $\alpha V_{\tau_b} < P_1 + P_2 + P_3$ (idet der per definition gælder at $V_{\tau_b} \leq V_b$). Dermed kan udtrykket omskrives til:

$$\begin{aligned}
& \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \left(P_3 \left[\left(1 - \frac{c_3}{r} \right) \cdot \frac{m_3}{m_3+r} + \frac{c_3}{r} \right] \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[1 - e^{-(m_3+r)\tau_b} \right] \right. \right. \\
& \left. \left. + P_3 \mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{\alpha V_{\tau_b} \geq P_1+P_2+P_3\}} + \frac{\alpha V_{\tau_b} - P_1 - P_2}{P_3} \mathbf{1}_{\{P_1+P_2 \leq \alpha V_{\tau_b} < P_1+P_2+P_3\}} \right) \right] \right) \right] \\
& = \left(\underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \right]}_{d=m_4+r} - \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \right] \right]}_{d=m_4+r, a=m_3+r} \right) P_3 \left[\left(1 - \frac{c_3}{r} \right) \cdot \frac{m_3}{m_3+r} + \frac{c_3}{r} \right] \\
& + P_3 \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \right] \right]}_{a=m_3+r, d=r+m_4} - P_3 \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \left(\mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha})\}} \right) \right] \right]}_{d=m_4+r, a=m_3+r, y=\log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha V_b^*})} \\
& + \alpha \cdot \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b + X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha})\}} \right] \right]}_{d=m_4+r, a=m_3+r, \theta=1, y=\log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha V_b^*})} \\
& - (P_1 + P_2) \cdot \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha})\}} \right] \right]}_{d=m_4+r, a=m_3+r, y=\log(\frac{P_1+P_2+P_3}{\alpha V_b^*})} \\
& - \alpha \cdot \underbrace{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(r+m_4)\tau_c} \mathbb{E}_{\tau_b}^{\mathbb{Q}} \left[e^{-(m_3+r)\tau_b + X_{\tau_b}} \mathbf{1}_{\{X_{\tau_b} < \log(\frac{P_1+P_2}{\alpha})\}} \right] \right]}_{d=m_4+r, a=m_3+r, \theta=1, y=\log(\frac{P_1+P_2}{\alpha V_b^*})}
\end{aligned} \quad (\text{A.4})$$